

Проф. А. Ф. ГОЛОВИН

# ПРОКАТКА

---

## ЧАСТЬ II

ТЕОРИЯ ПРОДОЛЬНОЙ ПРОКАТКИ

ОНИ — НКТП — СССР  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО  
ПО ЧЕРНОЙ И ЦВЕТНОЙ МЕТАЛЛУРГИИ  
СВЕРДЛОВСК — МОСКВА — ЛЕНИНГРАД

1934

## ОТ АВТОРА

Различают два вида прокатки полосы в валках: 1) обычную, или продольную прокатку, когда оси прокатных валков параллельны, и прокатываемая полоса, как целое тело, имеет только поступательное движение, 2) косую, или геликоидальную прокатку, когда оси прокатных валков не параллельны между собой, и вследствие этого прокатываемая полоса (круглого поперечного сечения) получает одновременно поступательное и вращательное (геликоидальное) движение. Последний вид прокатки применяется только при прошивке круглых заготовок для цельнокатанных труб.

В настоящей работе изложена теория только продольной прокатки.

В „Теории продольной прокатки“ изложены вопросы деформации прокатываемой полосы в связи с кинематикой и динамикой прокатки, и за основу изучения этих вопросов приняты следующие, подтвержденные опытами два положения:

1) прокатываемая полоса подвергается сложной деформации, состоящей из растяжения полосы по длине и сжатия ее по толщине;

2) соотношение между растяжением и сжатием прокатываемой полосы подчиняется закону наименьшего сопротивления.

Однако следует заранее отметить один существенный недостаток настоящей части курса, заключающийся в том, что все равенства, таблицы и диаграммы для расчета по деформации и по динамике являются грубо-приближенными вследствие очень слабого опытного исследования вопросов упрочнения металлов и скольжения на контактных поверхностях при деформации.

В смысле порядка изложения курса казалось бы естественным изложить в первых главах вопросы кинематики и динамики прокатки, а затем — вопросы деформации прокатываемой полосы, ибо последняя (деформация) является следствием кинематических и динамических условий прокатки; но этого естественного и стройного порядка изложения теоретических вопросов прокатки не удалось выдержать вследствие того, что динамика прокатки обуславливается деформацией прокатываемой полосы; в виду этого в первых главах изложены вопросы деформации прокатываемой полосы в связи с необходимыми сведениями по кинематике и динамике прокатки, а в последних двух главах изложены вопросы динамики прокатки.

Наша научно-техническая литература в области теории прокатки—пока еще бедна; между тем, пытливая мысль нашего советского втузовца, инженера и научного работника, имеющих дело с обработкой металла давлением, стремится все больше и больше вникнуть в самое существо процессов, происходящих при прокатке, ясно представить себе не только механизм формоизменения прокатываемой полосы, взаимодействия отдельных кристаллов металла между собою в процессе прокатки, установления связи между удлинением и уширением полосы и т. д., но и дать всем этим явлениям научно-теоретическое обоснование.

Книга проф. А. Ф. Головина „Прокатка“, часть 2-я (теория продольной прокатки), по нашему мнению, с предельной научно-теоретической глубиной дает ясные ответы на все эти вопросы, ибо эта книга, как и часть 1-я<sup>1)</sup>, написана автором на основе многолетней производственной и профессорско-педагогической деятельности и появляется в свет тогда, когда старые методы работы и соответствующее им оборудование изжили себя и заменены новыми формами и методами работы, новейшими конструкциями прокатных станков, которые, безусловно, требуют к себе строгого научно-обоснованного подхода.

К сожалению, мы должны отметить ряд чисто технических недостатков книги. Так, например, математические формулы набраны прямым шрифтом вместо *курсивного*, не везде точно выдержаны знаки „приблизленно равно“, и т. д. Но эти дефекты объясняются главным образом тем, что по ряду технических причин и затруднений в самой типографии—в процессе работы невозможно было их устранить.

Однако указанные технические недостатки ни в какой степени не снижают научного достоинства книги; она, безусловно, окажет большую помощь нашему советскому читателю, заполнит тот пробел, который имеется в области теории прокатки, и явится ценным вкладом в нашу научно-техническую литературу.

Издательство.

## ГЛАВА ПЕРВАЯ

### ДЕФОРМАЦИЯ ПРОКАТЫВАЕМОЙ ПОЛОСЫ

#### 1. ОБЩЕЕ ПОНЯТИЕ О СИЛАХ, ВОЗБУЖДАЕМЫХ ПРИ ПРОКАТКЕ, И О ДЕФОРМАЦИИ ПРОКАТЫВАЕМОЙ ПОЛОСЫ

Деформация прокатываемой полосы есть следствие приложенных к ней сил и реакций, поэтому выясним сначала вопрос о возбуждаемых при прокатке силах в таком объеме, который необходим нам для понимания деформации прокатываемой полосы в самом простейшем случае прокатки, т. е. когда валки—одинакового диаметра и оба приводные, а прокатываемая полоса—прямоугольного поперечного сечения. В этом простейшем случае оба прокатных валка будут совершенно одинаково действовать на полосу, или, точнее, верхний валок будет действовать на нижний при посредстве прокатываемой полосы совершенно так же, как и нижний на верхний. Это взаимодействие между валками и полосой возбуждает на контактных поверхностях последних двоякого рода усилия, а именно:

1) фрикционные (касательные) силы ( $P$ ), одинаково приложенные со стороны каждого валка на контактных поверхностях зажатой части;

2) нормальное (радиальное) давление ( $Q$ ), возбуждаемое на тех же контактных поверхностях между полосой и каждым из валков.

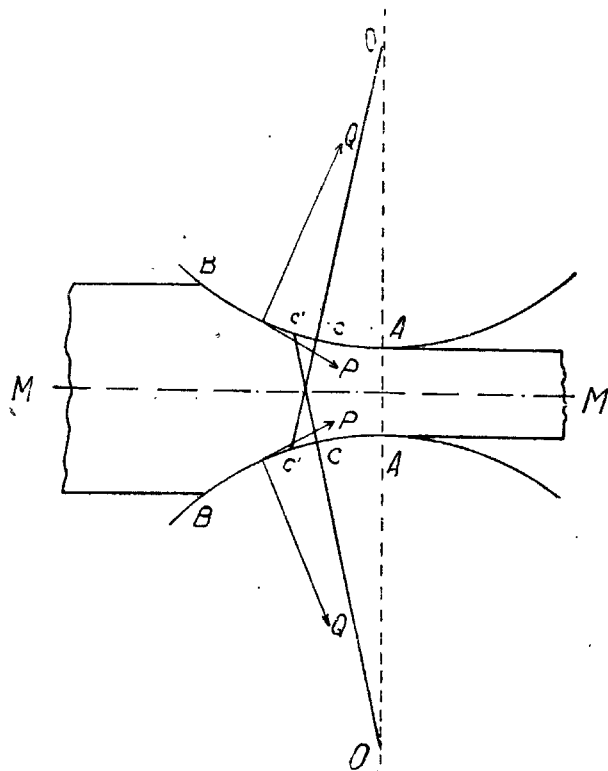
Возбуждение фрикционных сил на контактных поверхностях прокатываемой полосы при наличии радиального давления—понятно само собой и не требует каких-либо разъяснений; возбуждение же нормальных давлений требует разъяснения, поэтому остановимся на этом вопросе.

В дальнейшем, ради краткости и ясности изложения, будем называть зажатую между валками часть прокатываемой полосы между сечениями AA и BB (фиг. 1) либо „зажатым клином“, когда будем изучать вопросы динамики прокатки, либо „поясом деформации“, когда будем изучать вопросы деформации прокатываемой полосы.

При нормальных условиях прокатки валки не смещаются относительно зажатого клина, как такового, или, другими словами, не буксуют по контактным поверхностям; при этом, ради точно-

<sup>1)</sup> Выпущена Metallurgizdatom в 1933 г.

сти, отметим, что взаимное смещение на контактных поверхностях валков с зажатым клином неизбежно вследствие деформации последнего и что это смещение надо отличать от буксования валков.



Фиг. 1

Принимая это во внимание, легко догадаться, что вращающиеся валки будут стремиться увлечь частицы зажатого клина во вращательное движение; при этом каждый из валков стремится сообщить наибольшую скорость частицам, находящимся на контактной поверхности клина с другим валком; так, например, нижний валок стремится сообщить частице в любой точке  $C'$  на контактной поверхности с верхним валком такую скорость, которая будет больше окружной скорости валка в отношении отрезков  $OC:OC'$ ; с другой стороны, окружная скорость верхнего валка в той же точке будет одинакова с окружной скоростью нижнего валка; следовательно, верхний валок будет противодействовать нижнему. Далее, совершенно так же будет действовать верхний валок, и ему противодействовать нижний в любой точке контактной поверхности последнего. Принимая это во внимание, проведем среднее сечение ( $MM$ ) зажатого клина, — все точки этого сечения будут одинаково удалены от оси вращения обоих валков; следовательно, каждый из валков будет стремиться

сообщить частице в любой точке этого сечения одну и ту же скорость по направлению прокатки. Легко видеть, что расстояние любой точки верхней половины зажатого клина до оси вращения нижнего валка будет больше расстояния до оси верхнего валка; следовательно, нижний валок стремится сообщить ей скорость по направлению прокатки больше, чем верхний; поэтому во всех точках этой половины верхний валок противодействует нижнему по направлению прокатки; совершенно так же во всех точках нижней половины зажатого клина нижний валок противодействует верхнему по направлению прокатки. Таким образом, вращательное движение прокатных валков создает такие кинематические и динамические условия, при которых каждая частица зажатого клина стремится обогнать валки по направлению прокатки, и в каждой точке его (зажатого клина), за исключением среднего сечения, действие одного валка по направлению прокатки встречает противодействие другого.

Из вышесказанного легко дать себе отчет в действии вращательного движения валков на зажатым клин в целом, которое можно выразить кратко следующим образом: *вращающиеся прокатные валки взаимно вталкивают зажатым клин в образуемую между ними щель и взаимно противодействуют ему (клину) своими контактными поверхностями.*

Отсюда само собой понятно, что зажатым клин будет производить давление на контактные поверхности валков, последнее же (давление) возбудит обратную реакцию, т. е. давление валков на зажатым клин, которое в дальнейшем будем называть „реакцией валков“, при чем давление и реакция в любой данной точке контактной поверхности направлены по нормали в этой точке, или, другими словами, по радиусу, проведенному в данную точку. Далее, зная, что действие вращательного движения на зажатым клин осуществляется посредством фрикционных сил прокатки, — приходим к выводу, что нормальное (радиальное) давление возбуждается фрикционными силами прокатки, или, точнее, горизонтальными составляющими этих сил.

Таким образом, принимая во внимание, что фрикционные силы прокатки возбуждаются вследствие давления зажатого клина на валки, мы убеждаемся в том, что эти усилия взаимно возбуждают друг друга.

Заканчивая на этом рассмотрение сил, возбуждаемых при прокатке, перейдем к выяснению деформации прокатываемой полосы, которая (деформация) является следствием возбуждаемых при прокатке сил.

Из разобранных выше сил и их реакций, действующих на прокатываемую полосу, или, точнее, приложенных к зажатому клину, очевидно, что прокатываемая полоса претерпевает сжатие по высоте (толщине); при чем это сжатие происходит: во-первых, под действием вертикальных составляющих реакции и, во-вторых, под действием вертикальных составляющих фрикционных сил прокатки (непосредственное сжатие полосы валками). Здесь считаем уместным предварительно отметить, что ниже, при изучении соотношения между силами, возбуждаемыми при про-

катке, мы убедимся в том, что вторые силы сжатия незначительны, а при малых углах захвата—ничтожны по отношению первых сил сжатия; следовательно, сжатие, особенно при малых углах захвата, практически происходит под влиянием реакции валков, или, точнее, вертикальных составляющих реакции валков.

Далее установим, что прокатываемая полоса, кроме сжатия, подвергается еще растяжению по длине; поэтому считаем необходимым сначала отметить, что вопрос о растяжении прокатываемой полосы остается до сих пор не выясненным в имеющейся литературе по прокатке, что некоторые авторы, на основании теоретических соображений, утверждают, что прокатываемая полоса подвергается только сжатию. Такое положение вопроса о деформации прокатываемой полосы нам будет понятно, если мы примем во внимание, что вращающиеся валки дают наглядный кинематический признак для сжатия прокатываемой полосы, под которым мы подразумеваем перемещение точек валков по вертикали во взаимно-обратные стороны, благодаря чему большинство авторов, писавших по этому вопросу, принимают, что валки этим взаимным перемещением по вертикали непосредственно производят сжатие полосы, подобно прессу.

Само собой понятно, что такое представление о действии валков на полосу значительно упрощает вопросы динамики и деформации, но оно будет значительно отличаться от выясненного нами выше действия возбуждаемых при прокатке сил и реакций, приложенных к зажатому клину.

Ниже приводится целый ряд опытов, которые с несомненностью убеждают нас в том, что прокатываемая полоса подвергается растяжению, что растяжение и сжатие прокатываемой полосы находится в определенном соотношении между собой и что это соотношение подчиняется общему принципу всех механических явлений, а именно—закону наименьшего сопротивления; мы также постараемся выяснить кинематические и динамические условия растяжения прокатываемой полосы.

При сжатии полосы в заднем конце пояса деформации смещение частиц вдоль полосы будет направлено в обратную сторону прокатки (назад), в переднем же конце—в сторону прокатки (вперед); и опыты показывают, что скорость полосы при входе в валки всегда меньше окружной скорости валков по направлению прокатки (сечение ВВ на фиг. 1), подразумевая под последней проекцию окружной скорости в точке В на направление прокатки, а скорость полосы при выходе из валков, при нормальных условиях прокатки, больше окружной скорости валков.

Таким образом, из вышесказанного следует, что мы имеем разные кинематические условия в заднем и переднем концах зажатого клина; отсюда мы будем иметь различное действие валков на эти концы; кроме того, из вышесказанного следует, что возбуждаемые валками силы и реакции их (точнее, сжимающее действие валков) действуют на передний (опережающий) конец в одну и ту же сторону, проталкивая его в сторону прокатки; в заднем же конце зажатого клина будем иметь другую картину действия

этих сил, именно—реакция валков отжимает металл назад, а непосредственно возбуждаемые валками силы увлекают задний (опережаемый) конец вперед, вследствие чего последний будет не столько проталкиваться, сколько протягиваться.

Отсюда нам ясно, что задний конец зажатого клина подвергается растяжению по длине, и при этом растяжении валки взаимно нажимают его друг на друга, т. е. нижний валок нажимает клин на верхний, а верхний—на нижний.

*Из выясненного выше следует, что прокатные валки представляют собой совершенно своеобразный самоподающий пресс, который производит одновременно сжатие и растяжение прокатываемой полосы; при этом особенно оригинально действие их на растяжение, при котором они взаимно нажимают друг на друга растягиваемую полосу.*

Итак, деформация полосы при прокатке представляет собой результат двух простых деформаций—одноосного растяжения по длине и одноосного сжатия по высоте (толщине) полосы. Отсюда видим, что оси этих двух простых деформаций в прокатываемой полосе взаимно-перпендикулярны между собой.

Займемся теперь выводом равенств, необходимых нам для изучения деформации прокатываемой полосы. В дальнейшем все рассуждения и расчеты будем относить, для удобства, к величине зажатого клина или пояса деформации.

Длина ( $l_c$ ) пояса деформации определится по одному из следующих двух очевидных равенств:

$$l_c = 0,5D \sin \alpha_0,$$

$$l_c = \sqrt{\frac{1}{2} \Delta h (D - \frac{1}{2} \Delta h)} = \infty \sqrt{\frac{1}{2} D \Delta h}, \quad (1)$$

где  $D$  — диаметр валков;  $\alpha_0$  — центральный угол захвата;  $\Delta h$  — обжатие полосы.

Высота (толщина) пояса деформации изменяется от начальной высоты ( $h_0$ ) до конечной высоты ( $h_1$ ), точно так же и ширина его изменяется от начальной ширины ( $b_0$ ), до конечной ширины ( $b_1$ ); в виду этого введем понятие средней толщины ( $h_c$ ) и средней ширины ( $b_c$ ), подразумевая при этом простую средне-арифметическую величину их, т. е. полагая:

$$h_c = \frac{h_0 + h_1}{2} \quad \text{и} \quad b_c = \frac{b_0 + b_1}{2}.$$

Далее примем приблизительно, что объем ( $V$ ) пояса деформации равен произведению трех его измерений, т. е.:

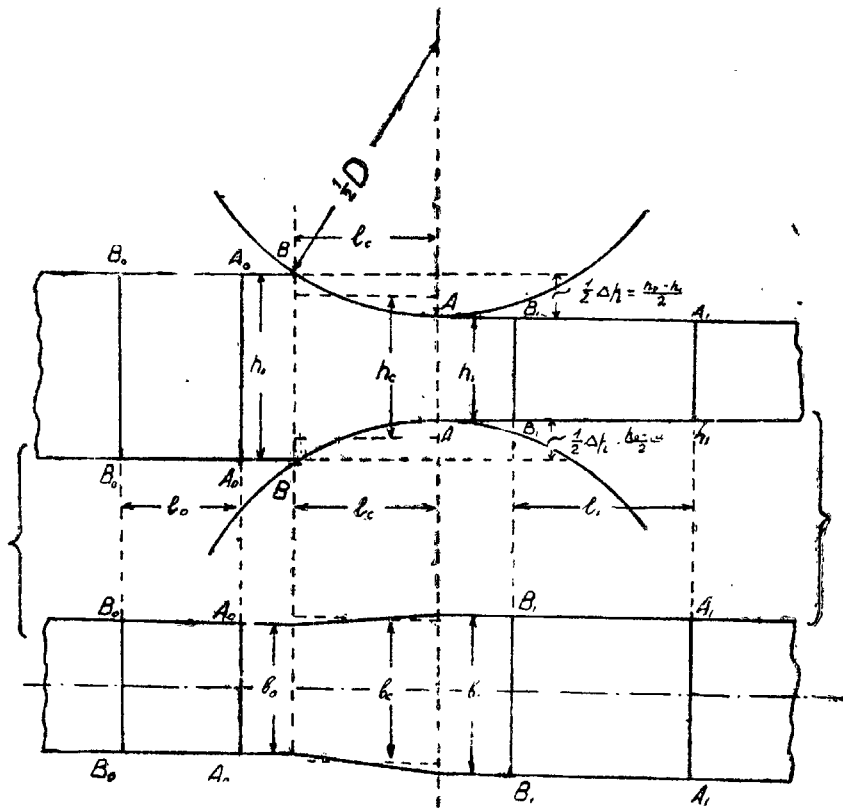
$$V = h_c b_c l_c. \quad (2)$$

Ради точности отметим, что последнее равенство дает объем несколько больше действительного объема пояса деформации, но это обстоятельство не имеет никакого влияния на точность всех выводов, в которых будет применяться приближенное выражение для объема зажатого клина.

Проведем два сечения  $A_0 A_0$  и  $B_0 B_0$  (фиг. 2) на конце прокатываемой полосы до входа в валки на таком расстоянии ( $l_0$ ) друг от

друга, чтобы объем заключенного между ними прямоугольного параллелепипеда был равен объему пояса деформации, т. е.:

$$h_0 b_0 l_0 = h_c b_c l_c.$$



Фиг. 2

Точно так же на конце прокатываемой полосы после выхода из валков возьмем два сечения  $A_1A_1$  и  $B_1B_1$  таком расстоянии ( $l_1$ ) друг от друга, чтобы выделенный между ними прямоугольный параллелепипед был равновелик по объему поясу деформации, т. е.:

$$h_1 b_1 l_1 = h_c b_c l_c.$$

Принимая во внимание, что пластичная деформация не изменяет удельного объема, можем считать, что параллелепипед  $A_0A_0B_0B_0$  после выхода из валков превратится в параллелепипед  $A_1A_1B_1B_1$ .

Разделив последние два равенства почленно друг на друга, получим:

$$\frac{h_1}{h_0} \cdot \frac{b_1}{b_0} \cdot \frac{l_1}{l_0} = 1.$$

Ради удобства введем следующие обозначения:

$$\eta = \frac{h_1}{h_0}, \quad \beta = \frac{b_1}{b_0}, \quad \lambda = \frac{l_1}{l_0},$$

и назовем их коэффициентами деформации прокатываемой полосы.

Очевидно, эти коэффициенты будут одинаковы для любой, мысленно выделенной по длине, части полосы и для всей полосы.

Вводя эти обозначения в последнее равенство, имеем:

$$\eta \beta \lambda = 1. \quad (3)$$

Таким образом, для коэффициентов деформации прокатываемой полосы имеем такое же равенство, вытекающее из постоянства удельного объема тела при пластичной деформации, которое мы имеем для коэффициентов при простых деформациях сжатия и растяжения параллелепипедов.

Далее мы знаем, что коэффициент деформации прокатываемой полосы представляет собой результат двух простых ее деформаций—сжатия по высоте и растяжения по длине. Отсюда, оставляя за коэффициентами деформации сжатия и растяжения обозначения теми же буквами, но с индексами, а именно: для сжатия—с индексом  $h$ , а для растяжения—с индексом  $l$ , будем иметь следующие очевидные равенства:

$$\left. \begin{aligned} \eta_h \eta_l &= \eta, \\ \lambda_h \lambda_l &= \lambda, \\ \beta_h \beta_l &= \beta. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Коэффициенты сжатия ( $\eta_h$ ,  $\lambda_h$  и  $\beta_h$ ) и растяжения ( $\eta_l$ ,  $\lambda_l$  и  $\beta_l$ ) прокатываемой полосы, очевидно, будут удовлетворять равенству (3), т. е. будем иметь еще два нижеследующих равенства:

$$\left. \begin{aligned} \eta_h \beta_h \lambda_h &= 1, \\ \eta_l \beta_l \lambda_l &= 1. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Коэффициенты деформации ( $\eta$ ,  $\beta$  и  $\lambda$ ) прокатываемой полосы определяются измерениями линейных размеров полосы до прокатки и после прокатки, и в дальнейшем наша задача заключается в том, чтобы по этим известным коэффициентам определить неизвестные нам коэффициенты при сжатии ( $\eta_h$ ,  $\beta_h$  и  $\lambda_h$ ) и растяжении ( $\eta_l$ ,  $\beta_l$  и  $\lambda_l$ ).

Принимая во внимание, что одно из трех равенств (4) является следствием двух остальных,—для шести неизвестных коэффициентов мы имеем только четыре уравнения; следовательно, для решения нашей задачи нам необходимы еще два уравнения.

Эти недостающие два уравнения нам дает теория сжатия и растяжения параллелепипедов, изложенная нами в первой части настоящего труда; но, к сожалению, мы не можем воспользоваться непосредственно выведенными там равенствами, ибо растяжение и сжатие прокатываемой полосы имеют существенные особенности, которые вносят соответствующие поправки в вышеупомянутые равенства для коэффициентов деформации; в виду этого нам необходимо предварительно выяснить эти особенности и внести соответствующие поправки в указанные равенства.

В заключение этого раздела отметим, что поставленная здесь задача, которую мы назвали бы задачей разложения сложной деформации прокатываемой полосы на простые составляющие ее деформации—сжатие и растяжение, является весьма важной и необходимой, так как без решения этой задачи мы не в состоянии изучить основных вопросов по теории прокатки.

## 2. СЖАТИЕ ПРОКАТЫВАЕМОЙ ПОЛОСЫ

Рассмотрим особенности сжатия прокатываемой полосы. Зажатый между валками клин является очагом, или поясом деформации, и по своей форме он близок к прямоугольному параллелепипеду (конечно, при прокатке полосы с прямоугольным поперечным сечением); в виду этого сжатие прокатываемой полосы мы можем рассматривать как сжатие параллелепипеда, равновеликого по объему поясу деформации; поэтому нам и удобно все рассуждения и выводы относить к величине пояса деформации, как это было принято нами раньше.

Ради точности отметим, что деформация сжатия не ограничивается объемом зажатого клина; ниже будут приведены результаты опытов, которые убеждают нас в том, что деформация полосы начинается раньше входа (сечение ВВ) и кончается за выходом (сечение АА); следовательно, действительная длина пояса деформации — несколько больше принятой нами длины его ( $l_c$ ), но мы не будем учитывать этого обстоятельства при наших выводах, так как, во-первых, на основании опытов, не можем более или менее точно учесть его, а во-вторых, это значительно усложнит наши выводы и расчеты.

При изучении сжатия параллелепипеда<sup>1</sup> нами выведены следующие равенства для коэффициентов деформации:

$$\lg \alpha = \lg \frac{a_1}{a_0} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^n \cdot \lg \frac{1}{\eta},$$

$$\lg \beta = \lg \frac{b_1}{b_0} = \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{b}{a}\right)^n\right] \cdot \lg \frac{1}{\eta},$$

где  $a = \frac{a_0 + a_1}{2}$  и  $b = \frac{b_0 + b_1}{2}$  есть средние размеры прямоугольного

поперечного сечения, при чем  $a > b$ , и показатель степени ( $n$ ) возрастает, по мере сжатия, от 1 до 2, вследствие перехода прямоугольного поперечного сечения в эллиптическое.

Выясним, какие поправки в эти равенства внесут особенности сжатия прокатываемой полосы; при этом наши рассуждения будем относить к мысленно выделенному прямоугольному параллелепипеду, равновеликому по объему поясу деформации. Если бы этот, мысленно выделенный, параллелепипед  $A_0A_0B_0B_0$  (фиг. 3 и 3а) в действительности отделить от полосы и подвергнуть сжатию по высоте ( $h_0$ ) под прессом, то поперечное сечение его, перпендикулярное оси сжатия ( $h$ ), переходило бы постепенно, по мере сжатия, к эллиптическому, и его линейные коэффициенты удовлетворяли бы вышеприведенным равенствам; в этом случае мы имели бы, принимая во внимание взятые обозначения, следующие равенства:

<sup>1</sup> Головин, Прокатка, ч. I, гл. II

а) при  $b_0 < l_0$ :

$$\left. \begin{aligned} \lg \lambda_h &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{b_c}{l_c}\right)^n \cdot \lg \frac{1}{\eta_h}, \\ \lg \beta_h &= \left[1 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{b_c}{l_c}\right)^n\right] \cdot \lg \frac{1}{\eta_h}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

в) при  $b_0 > l_0$ :

$$\left. \begin{aligned} \lg \lambda_h &= \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{l_c}{b_c}\right)^n\right] \cdot \lg \frac{1}{\eta_h}, \\ \lg \beta_h &= \frac{1}{2} \left(\frac{l_c}{b_c}\right)^n \cdot \lg \frac{1}{\eta_h}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Другую картину сжатия будет иметь мысленно выделенный параллелепипед в прокатных валках. Прокатные валки представляют собой самоподающий пресс на сжатие и растяжение, и мысленно выделенный нами параллелепипед будет непрерывно проходить через пояс деформации. Считаем необходимым отметить, что сначала мы рассмотрим особенность сжатия мысленно выделенного параллелепипеда, не принимая во внимание, что он представляет собой неотъемлемую часть всей полосы, а потом примем во внимание и последнее обстоятельство.

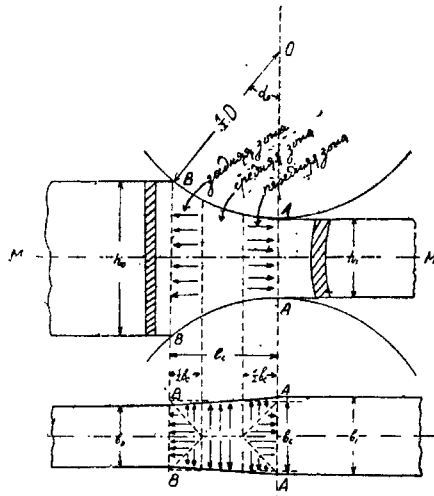
Пояс деформации представляет собой сложную форму цилиндрического клина, но ради упрощения примем приближенно, что взаимное смещение частиц в нем (поясе деформации), при сжатии будет такое же, как в параллелепипеде со средними линейными размерами пояса деформации ( $l_c$ ,  $b_c$  и  $h_c$ ).

В дальнейшем нам необходимо различать два случая: первый случай (фиг. 3), когда длина ( $l_c$ ) пояса деформации больше его ширины ( $b_c$ ), т. е. когда  $\frac{l_c}{b_c} > 1$  (длинный пояс деформации); второй случай (фиг. 3а), когда длина ( $l_c$ ) меньше ширины ( $b_c$ ), т. е.  $\frac{l_c}{b_c} < 1$  (широкий пояс деформации).

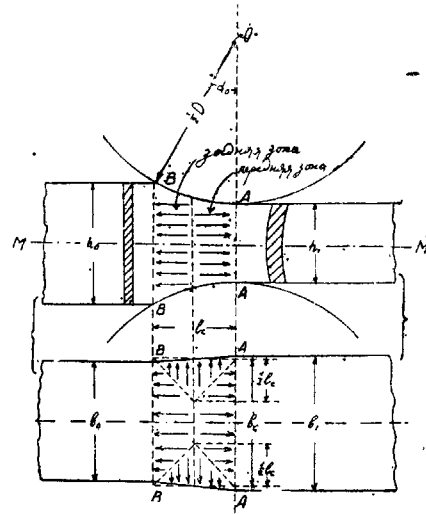
На фиг. 3 и 3а, согласно принятому приближенному представлению о взаимном смещении частиц при сжатии, построена модель этого смещения; при этом широкий пояс деформации ( $\frac{l_c}{b_c} < 1$ ) разбивается на две зоны, из коих в одной (задней) смещение частиц от сжатия вдоль полосы будет направлено назад, а во второй (передней) — вперед; длинный пояс, кроме этих двух зон, будет иметь еще среднюю (промежуточную) зону, в которой взаимное смещение частиц будет происходить только в ширину, вдоль же полосы — такового не будет, и эта средняя (промежуточная) зона, в которой сжатие только уширяет полосу, не изменяя ее длины, будет тем значительнее, чем больше отношение  $\frac{l_c}{b_c}$ .

Чтобы яснее представить себе деформацию сжатия прокатываемой полосы, проследим таковую при прохождении параллеле-

лепипеда очень малой длины через пояс деформации; при этом примем, что деформация сжатия равномерно распределяется по высоте этого параллелепипеда (заштрихованная часть на фиг. 3 и 3а).



Фиг. 3



Фиг. 3а

При вступлении этого параллелепипеда в пояс деформации (заднюю зону) смещение частиц от сжатия будет направлено преимущественно назад, и по мере продвижения его — смещение частиц в ширину будет возрастать за счет уменьшения такового же назад; в конце этой зоны смещение назад прекращается совсем. Далее, если пояс деформации длинный, то при прохождении через среднюю промежуточную зону смещение частиц будет происходить только в ширину. Наконец, при вступлении в переднюю зону начнется снова смещение частиц вдоль полосы, но направленное вперед, которое по мере продвижения параллелепипеда будет возрастать за счет уменьшения смещения в ширину.

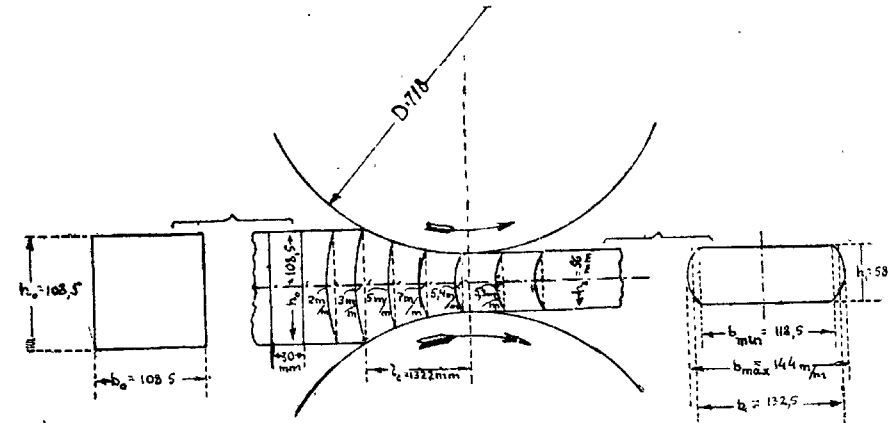
Далее, если бы уменьшение высоты (обжатие) происходило не по дуге, а по хорде, или, другими словами, если бы обжатие, рассчитанное на единицу длины пояса деформации, было бы постоянно, то после деформации нашего параллелепипеда соотношение между объемами, смещенными по двум его горизонтальным осям — в длину и в ширину, было бы совершенно такое же, как и сжатия параллелепипеда с осями  $l_c$  и  $b_c$ , как бы не изменяющимися своей величины при этой деформации.

В действительности же обжатие происходит по дуге и удельное обжатие, рассчитанное на единицу длины пояса деформации, будет наибольшее в начале дуги захвата, а наименьшее — в конце.

Легко догадаться, что смещенный объем по длине полосы при обжатии по дуге будет незначительно больше по сравнению с таковым же при обжатии по хорде, конечно, при одинаковых

прочих условиях. Мы не будем заниматься математическим анализом вопроса влияния обжатия по дуге на соотношение смещенных объемов по длине и ширине полосы, так как, во-первых, оно незначительно, а во-вторых, как увидим ниже, на это соотношение гораздо большее влияние имеет другое обстоятельство, которое не поддается математическому анализу.

Теперь примем во внимание неравномерное распределение сжатия по высоте выделенного параллелепипеда<sup>1</sup>. Если высота прокатываемой полосы не больше длины ( $l_c$ ) в широком поясе деформации, или ширины ( $b_c$ ) — в длинном, то наибольшее сжатие будет в середине высоты; в виду этого — выделенный параллелепипед при входе в первую зону будет выгибаться назад, и в конце этой зоны прогиб его достигнет максимума; во второй же зоне, где смещение от сжатия направлено вперед, параллелепипед будет выпрямляться; и если бы обжатие было по хорде, то искривление, полученное параллелепипедом в первой зоне, было бы уничтожено во второй зоне. В действительности же обжатие происходит по дуге, и оно в первой зоне будет значительно больше, чем во второй (в широком поясе деформации обжатие в первой зоне в три раза (приблизительно) больше, чем во второй, а в длинном — это соотношение еще больше), в виду этого параллелепипед после выхода из валков останется искривленным назад.



Фиг. 4

Приведенную здесь картину деформации выделенного мысленно параллелепипеда подтверждает опыт Экелунда (S. Ekelund)<sup>2</sup>, результаты которого приведены ниже. В этом опыте (фиг. 4) были нанесены на боковых гранях железной полосы, сечением  $108,5 \times 108,5$  мм, вертикальные бороздки на расстоянии 30 мм друг от друга; полоса была задана в медленно вращающиеся валки диаметром 718 мм, при чем валки были остановлены, когда прокатываемая полоса находилась еще в них.

<sup>1</sup> Головин, Прокатка, ч.1, гл. IV, 1933 г.

<sup>2</sup> „Jernconorets Annaler“, 1927 г.



На фиг. 4 показаны размеры сечения полосы и пояса деформации, а также прогиб рисок (бороздок) на боковых гранях. Наибольший прогиб, равный 7 мм, имеет риска в середине пояса деформации, а по выходе из валков прогиб равен 5,3 мм; таким образом, во второй зоне прогиб уменьшился на 1,7 мм, т. е.

$$\text{на } \frac{1,7 \cdot 100}{7} = 24,3\%.$$

Принимая во внимание, что обжатие во второй зоне в данном опыте будет приблизительно в четыре раза меньше, чем в первом, мы имеем пропорциональность между обжатием и прогибом в каждой зоне.

Далее отметим еще, что искривление рисок начинается вне пределов пояса деформации до сечения ВВ; ниже будут приведены опыты, которые убедят нас в том, что кончается деформация также после выхода из валков за сечением АА.

Выяснив деформацию сжатия выделенного мысленно параллелепипеда с очень малой длиной, легко понять деформацию сжатия выделенного мысленно параллелепипеда, равновеликого по об'ему зажатому клину (поясу деформации), а следовательно, деформацию и всей полосы. Параллелепипед, равновеликий по об'ему поясу деформации, мы можем представить себе состоящим из параллелепипедов очень малой длины, и каждый из них получит совершенно одинаковую деформацию сжатия, рассмотренную нами выше; следовательно, при сжатии этого параллелепипеда соотношение смещенных об'емов в длину и в ширину будет (приблизленно) такое же, как при сжатии параллелепипеда с линейными размерами поперечного сечения ( $l_0$  и  $b_0$ ), как бы не изменяющимися своей величины при деформации. В виду неравномерного распределения сжатия по высоте—после деформации получится параллелепипед с искривленными гранями по вертикали, при чем обе боковые грани будут выпуклыми, остальные две грани, ограничивающие длину, будут изогнуты в одну сторону, т. е. одна (задняя)—выпуклая, а другая (передняя)—вогнутая, как это показано на фиг. 3 и 3а для элементарного параллелепипеда.

Отсюда видим, что сжатие в прокатных валках мысленно выделенного по длине прокатываемой полосы параллелепипеда будет существенно отличаться от сжатия его под прессом, и это различие кратко можем выразить так: *при сжатии параллелепипеда под прессом формоизменение поперечного сечения его подчиняется закону наименьшего периметра (стремится к кругу); при сжатии же в прокатных валках формоизменение не подчиняется этому закону, и ширина параллелепипеда после деформации будет одинакова по всей его длине. Причина этого существенного различия в формоизменении поперечного сечения при сжатии в прокатных валках заключается в том, что деформируемый параллелепипед непрерывно проходит через пояс деформации прокатных валков.*

Теперь выясним, какую поправку внесет эта особенность в вышеприведенные равенства для коэффициентов деформации. На

основе высказанного легко понять, что при сжатии параллелепипеда в прокатных валках показатель в вышеприведенных равенствах надо считать за постоянную величину, равную единице.

До сих пор мы рассматривали сжатие выделенного мысленно параллелепипеда, как такового, не принимая во внимание, что он является нераздельной частью всей прокатываемой полосы; поэтому в дальнейшем займемся выяснением сжатия его, принимая во внимание последнее обстоятельство.

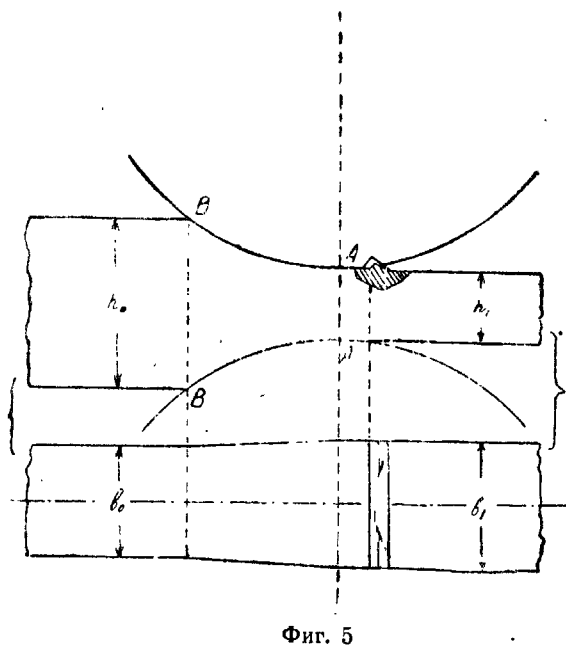
Из модели смещения частиц в поперечном сечении пояса деформации (фиг. 3 и 3а) видим, что смещенный об'ем вдоль прокатки неравномерно распределен по ширине прокатываемой полосы, а именно: удельный смещаемый об'ем, рассчитанный на единицу ширины, будет наибольшим в середине ширины, а у кромок—наименьшим. Об'ем, смещаемый вдоль прокатки, увеличивает длину, или создает вытяжку прокатываемой полосы при ее сжатии. Отсюда видим, что вытяжка полосы вследствие сжатия неодинакова по ширине прокатываемой полосы: наибольшая вытяжка будет к середине ширины, а наименьшая—у кромок полосы, что мы в действительности и наблюдаем при сжатии параллелепипеда под прессом, когда боковые грани его свободны, вследствие чего они начинают искривляться; параллелепипед, сжимаемый в прокатных валках (пояс деформации), имеет только две свободные боковые грани, ограничивающие его ширину; по длине же представляет незначительную часть прокатываемой полосы; отсюда само собой понятно, что вытяжка параллелепипеда при сжатии будет распределена по ширине иначе, чем параллелепипеда со свободными гранями, и что концы полосы вне пояса деформации вызывают особое дополнительное сопротивление, стремящееся выравнять вытяжку по ширине. Выравнивание же вытяжки при сжатии по ширине, очевидно, достигается тем, что смещение частиц вдоль прокатки будет отклоняться от середины ширины, где имеется наибольший удельный смещаемый об'ем, к крамкам полосы, где имеется наименьший удельный смещаемый об'ем вдоль полосы; это, очевидно, сопряжено с увеличением об'ема, смещаемого в ширину за счет уменьшения об'ема, смещаемого вдоль прокатки.

Таким образом, мы убедились в том, что концы прокатываемой полосы вне пояса деформации представляют особое сопротивление, которое уменьшает об'ем, смещаемый вдоль прокатки, вследствие чего об'ем, смещаемый в ширину, будет больше, а вдоль полосы—меньше, по сравнению с таковыми же при обычном параллелепипедном сжатии.

В данном вопросе нас интересует количественное соотношение между об'емом, смещаемым в ширину, и об'емом, смещаемым вдоль прокатываемой полосы, или, точнее, количественное соотношение между коэффициентами деформации прокатываемой полосы, учитывая при этом только сжатие. При решении этого вопроса казалось бы естественным принять, что сопротивление концов полосы вне пояса деформации выравнивает вытяжку по всей ширине, ибо прокатываемая полоса получает практически

одинаковую вытяжку по всей ширине, но это положение опыты отвергают, и выравнивание по всей ширине достигается растяжением прокатываемой полосы.

Приведем эти опыты. Мы имеем здесь в виду известные опыты Метца (Metz) по исследованию опережения, опубликованные в № 1 журнала „Revue de Métallurgie“ за 1925 г. В этих опытах, с целью исследования опережения, были простроганы на валках, параллельно их оси, глубокие бороздки, которые отштамповывали на прокатываемой полосе соответствующие поперечные гребни, при этом передние грани этих гребней оказались смятыми (разрушенными), и наибольшее смятие их имело место в середине



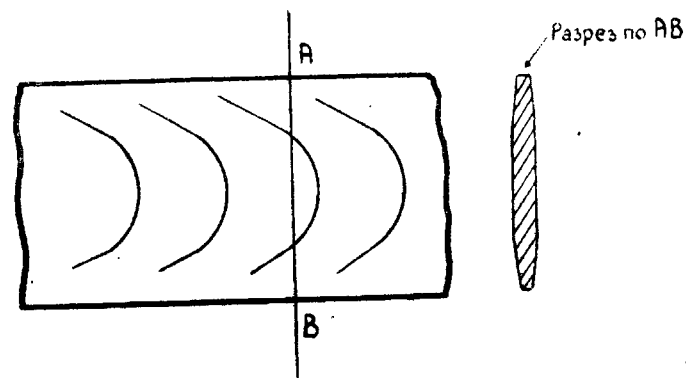
Фиг. 5

ширины, а у кромок они оставались ненарушенными, как это показано на фиг. 5. Легко убедиться, что причиной смятия передней грани отштампованных гребней является опережение полосы; в самом деле, полоса по выходе из валков, обладая большей скоростью, чем валки, будет придавливать переднюю грань вступающего гребня к соответствующей грани бороздки и сминать его поднимающимся внешним ребром бороздки.

Неравномерное смятие гребней по ширине указывает на то, что наибольшее опережение имеет место в середине ширины, а наименьшее — у кромок. Ниже, в главе об опережении, мы убедимся, что опережение прокатываемых полос создается главным образом смещением частиц от сжатия вперед. Отсюда опыты Метца по опережению убеждают нас в том, что наибольший удельный смещаемый объем вдоль прокатки, рассчитанный на единицу ширины, будет в середине ширины, а наименьший — у кромок.

В этом же мы можем наглядно убедиться при интенсивной прокатке тонких широких и хорошо пластичных полос. Если такой полосе дать кратное уменьшение толщины в три и больше раза за один проход, то деформация ее имеет наглядные признаки того, что при выходе из валков металл в середине ширины прокатываемой полосы течет с большей скоростью, чем у кромок; эти признаки заключаются в том, что кромки полосы

при этом получают прямые и тоньше, а средняя часть (по ширине) — волнистая и толще кромок; при чем волны располагаются симметрично наклонно по отношению оси полосы (фиг. 6) и наглядно указывают на то, что металл в середине ширины течет быстрее, чем у кромок, и тянет их (кромки) за собой; вследствие этого кромки растягиваются и становятся тоньше, а средняя часть, задерживаемая кромками, становится волнистой.



Фиг. 6

Эту картину деформации мы наблюдали при интенсивной прокатке тонких и широких свинцовых полос на лабораторном стане. Само собой понятно, что образование волнистости и связанная с ней утяжка кромок происходят вне пояса деформации за сечением выхода АА, т. е. деформация полосы кончается за сечением выхода АА.

Таким образом, опыты убеждают нас в том, что смещаемый объем вдоль прокатки неравномерно распределен по ширине, что наибольший удельный смещаемый объем будет в середине, а наименьший — у кромок; следовательно, необходимо допустить, что концы полосы вне пояса деформации лишь частично выравнивают его.

Отсюда понятно, что мы бессильны дать чисто теоретическое решение вопроса о количественном соотношении между объемами, смещаемыми вдоль и в ширину прокатываемой полосы при ее сжатии, и мы можем решить этот вопрос лишь только опытным путем. Метод опытного решения этого вопроса, по нашему мнению, простой: его можно решить соответствующими точными измерениями деформации при обработке полосы, известной в кузнечном деле под названием „вытяжка“, но нам не удалось до сих пор произвести этих опытов.

Ниже мы увидим, что соотношение между растяжением и сжатием прокатываемой полосы подчиняется определенному закону наименьшего сопротивления, и на основании этого закона и опытов нами установлено, что для количественного соотношения между объемами, смещаемыми вдоль и поперек прокатки, надо разбить пояс деформации, принимая последний (приблизительно) за параллелепипед, на призмы плоскостями, проходящими че-

рез боковые ребра параллелепипеда так, что расстояние точек секущих плоскостей до свободной грани параллелепипеда пояса деформации будет в полтора раза больше расстояния до несвободных (воображаемых) его граней, ограничивающих длину пояса деформации, или, другими словами, чтобы тангенс угла наклона секущих плоскостей с осью прокатки был бы в полтора раза больше тангенса угла их и наклона с направлением, перпендикулярным оси прокатки. Это даст нам угол наклона секущих плоскостей с осью прокатки, равный  $56^{\circ}18'$ , а угол наклона их с направлением, перпендикулярным оси прокатки, равный  $33^{\circ}42'$ .

На основании вышеизложенного выведем равенство для коэффициентов деформации при сжатии прокатываемой полосы.

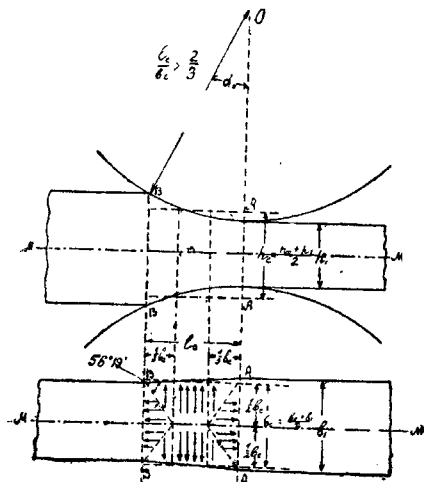
Легко понять, что секущими плоскостями, проведенными согласно вышеизложенному правилу, параллелепипед пояса деформации разделится:

1) при  $\frac{l_c}{b_c} > \frac{2}{3}$  — на две трапециoidalные призмы, прилегающие

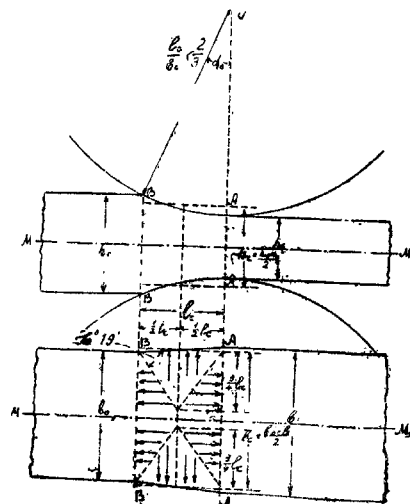
к свободным (действительным) граням, и на две треугольные призмы, прилегающие к воображаемым (несвободным) граням пояса деформации (фиг. 7);

2) при  $\frac{l_c}{b_c} < \frac{2}{3}$  — на две трапециoidalные призмы, прилегающие

к воображаемым граням, и на две треугольные призмы, прилегающие к действительным граням пояса деформации (фиг. 7а);



Фиг. 7



Фиг. 7а

3) при  $\frac{l_c}{b_c} = \frac{2}{3}$  — на четыре треугольные призмы.

Отсюда,— принимая во внимание, что отношение  $\frac{l_c}{b_c} = \frac{2}{3}$

представляет собой крайнее значение двух предыдущих неравенств,— при выводе равенств для коэффициентов деформации мы будем иметь два первых случая.

Считаем необходимым сделать следующее важное примечание: смещение частиц при сжатии, показанное на фиг. 7 и 7а, нами принято, на основании опытов, для вывода равенства соотношения между коэффициентами деформации; действительная же длина передней зоны в длинном поясе деформации, по закону наимень-

шего сопротивления, остается такой же, т. е. равной  $\frac{1}{2}b_c$

(фиг. 3); точно так же, смещение частиц в ширину в широком поясе деформации, по закону наименьшего сопротивления, будет

распространяться на расстояние, равное  $\frac{1}{2}l_c$  от боковых граней

(фиг. 3а).

Первый случай когда  $\frac{l_c}{b_c} > \frac{2}{3}$ . В этом случае объем сме-

щаемый вдоль прокатки, определяется сжатием двух треугольных призм, прилегающих к двум воображаемым граням AA и BB параллелепипеда пояса деформации, и при бесконечно-малом обжатии элементарный объем ( $dV_1$ ) смещенный вдоль прокатки, выразится следующим очевидным равенством:

$$bV_1 = -\frac{1}{3} b_c^2 dh.$$

Знак минус в правой части последнего равенства взят потому, что приращение высоты ( $dh$ ) при сжатии—отрицательное, а смещенный объем ( $dV_1$ ) принимаем за положительную величину.

Элементарный объем ( $dV_1$ ), смещенный вдоль прокатки, даст соответствующее бесконечно-малое приращение длины ( $dl$ ) сжимаемого в поясе деформации параллелепипеда, или, точнее, параллелепипеда, равновеликого по объему поясу деформации, и непрерывно перемещающегося в нем (поясе деформации).

Обозначая текущие размеры высоты и ширины этого параллелепипеда через  $h$  и  $b$ , будем иметь следующее выражение для элементарного объема, смещенного вдоль прокатки, при том же бесконечно-малом обжатии:

$$dV_1 = bh \cdot dl.$$

Принимая во внимание, что левые части последних двух равенств одинаковые, мы имеем:

$$bh \cdot dl = -\frac{1}{3} b_c^2 \cdot dh,$$

или:

$$\frac{dl}{l} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{b_c^2}{bl} \cdot \frac{dh}{h}.$$

Применяя для последнего равенства приближенное интегрирование, при котором текущие переменные величины ширины ( $b$ ) и длины ( $l$ ) в знаменателе правой части заменим средней величиной их в пределах деформации, при чем за среднюю длину примем длину ( $l_c$ ) пояса деформации, — получим следующее искомое соотношение между коэффициентами деформации:

$$\ln \lambda_h = \frac{1}{3} \cdot \frac{b_c}{l_c} \cdot \ln \frac{1}{\eta_h} \quad (7)$$

Второй случай, когда  $\frac{l_c}{b_c} < \frac{2}{3}$ . В этом случае к воображаемым граням AA и BB, ограничивающим длину пояса деформации, примыкают трапециoidalные призмы; и об'ем, смещаемый вдоль прокатки, будет определяться сжатием этих двух трапециoidalных призм.

Принимая во внимание, что площадь поперечного сечения обеих трапециoidalных призм, как это легко видеть на фиг. 7а, равна  $b_c l_c - \frac{3}{4} l_c^2$ , будем иметь следующее выражение для смещенного вдоль прокатки элементарного об'ема при бесконечно-малом обжатии:

$$dV_1 = - (b_c l_c - \frac{3}{4} l_c^2) \cdot dh.$$

Далее, для элементарного об'ема, смещенного вдоль прокатки, будем иметь точно такое же второе выражение через бесконечно-малое приращение длины, как и в первом разобранным случае, т. е.:

$$dV_1 = bh \cdot dl.$$

Из последних двух равенств получим:

$$bh \cdot dl = - (b_c l_c - \frac{3}{4} l_c^2) \cdot dh,$$

или:

$$\frac{dl}{l} = - \left( \frac{b_c l_c}{bl} - \frac{3}{4} \cdot \frac{l_c^2}{bl} \right) \cdot \frac{dh}{h}.$$

Из последнего равенства, применяя такое же приближенное интегрирование, как и в первом случае, получим следующее искомое соотношение между коэффициентами деформации при сжатии прокатываемой полосы:

$$\ln \lambda_h = \left( 1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{l_c}{b_c} \right) \cdot \ln \frac{1}{\eta_h} \quad (8)$$

Легко видеть, что равенства (7) и (8) при  $\frac{l_c}{b_c} = \frac{2}{3}$  дадут:

$$\ln \lambda_h = \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{1}{\eta_h} \quad (9)$$

Принимая во внимание, что, согласно постоянству удельного об'ема, произведение трех коэффициентов деформации равно единице, т. е.:

$$\eta_h \lambda_h \beta_h = 1,$$

и логарифмируя последнее равенство, получим:

$$\lg \eta_h + \lg \lambda_h + \lg \beta_h = 0,$$

или:

$$\lg \lambda_h + \lg \beta_h = \lg \frac{1}{\eta_h} \quad (10)$$

Из последнего равенства, принимая во внимание равенство (9), имеем:

$$\lg \beta_h = \lg \lambda_h = \frac{1}{2} \lg \frac{1}{\eta_h},$$

или:

$$\beta_h = \lambda_h = \sqrt{\frac{1}{\eta_h}}.$$

Таким образом, при  $\frac{l_c}{b_c} = \frac{2}{3}$  кратное изменение длины и ши-

рины (коэффициенты длины и ширины) при сжатии прокатываемой полосы — одинаковы.

Далее, при  $l_c = b_c$  из равенств (7) и (10) получим:

$$\lg \lambda_h = \frac{1}{3} \lg \frac{1}{\eta_h}, \text{ или: } \lambda_h = \sqrt[3]{\frac{1}{\eta_h}},$$

$$\lg \beta_h = \frac{2}{3} \lg \frac{1}{\eta_h}, \text{ или: } \beta_h = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{\eta_h}\right)^2}.$$

Отсюда:

$$\lambda_h = \sqrt[3]{\beta_h}.$$

Из последнего равенства, принимая во внимание, что  $\beta_h$  больше единицы, видим, что вытяжка при сжатии прокатываемой полосы в поясе деформации квадратного поперечного сечения значительно меньше коэффициента ширины; между тем при сжатии параллелепипеда квадратного сечения, когда все четыре боковые грани его свободны, будем иметь:

$$\lg \lambda_h = \lg \beta_h = \frac{1}{2} \lg \frac{1}{\eta_h},$$

или:

$$\lambda_h = \beta_h = \sqrt{\frac{1}{\eta_h}}.$$

Отсюда видим что при сжатии прокатываемой полосы вытяжка ее будет меньше, а коэффициент ширины — больше, по сравнению с таковыми же при обычном сжатии, и что разность между ними значительна, когда поперечное сечение сжимаемого параллелепипеда квадратное или близкое к таковому.

Далее легко убедиться, что эта разность будет уменьшаться с удалением отношения сторон поперечного сечения от единицы в обе стороны.

В самом деле, например, при  $\frac{1_c}{b_c} = 10$ , по равенству (7) имеем:

$$\lg \lambda_h = \frac{1}{30} \lg \frac{1}{\eta_h},$$

а по равенству (6) при  $n=1$ :

$$\lg \lambda_h = \frac{1}{20} \cdot \lg \frac{1}{\eta_h}.$$

Отсюда разность между ними будет равна:

$$\frac{1}{60} \lg \frac{1}{\eta_h},$$

тогда как при  $\frac{1_c}{b_c} = 1$  эта разность будет равна:

$$\frac{1}{2} \lg \frac{1}{\eta_h} - \frac{1}{3} \lg \frac{1}{\eta_h} = \frac{1}{6} \lg \frac{1}{\eta_h},$$

т. е. в десять раз больше; таким образом, при увеличении  $\frac{1_c}{b_c}$  в десять раз, разность между вытяжками, при одном и том же коэффициенте сжатия высоты  $\left(\frac{1}{\eta_h}\right)$ , уменьшится в десять же раз.

Далее, принимая во внимание, что и логарифм вытяжки уменьшается также в 10 раз, видим, что при данном постоянном

коэффициенте сжатия высоты  $\left(\frac{1}{\eta_h}\right)$  с увеличением отношения  $\frac{1_c}{b_c}$

относительная разность коэффициентов вытяжки постоянна, а уменьшается лишь абсолютная их разность.

Точно так же при  $\frac{1_c}{b_c} = 0,1$  получим из равенства (8):

$$\lg \lambda_h = 0,925 \lg \frac{1}{\eta_h},$$

а из равенства (5):

$$\lg \lambda_h = 0,950 \lg \frac{1}{\eta_h}.$$

Отсюда разность между логарифмами коэффициента длины будет:

$$0,950 \lg \frac{1}{\eta_h} - 0,925 \lg \frac{1}{\eta_h} = 0,025 \lg \frac{1}{\eta_h}.$$

Сравнивая полученную разность с таковой же при  $\frac{1_c}{b_c} = 1$ , видим, что она в шесть раз меньше.

Заметим, что при уменьшении отношения  $\frac{1_c}{b_c}$  мы не имеем

такой простой пропорциональности, как при увеличении этого отношения.

Таким образом, концы полосы вне пояса деформации оказывают наибольшее влияние на вытяжку вследствие сжатия прокатываемой полосы при  $\frac{1_c}{b_c} = 1$ , уменьшая ее (вытяжку) по сравнению с обычным сжатием и увеличивая за этот счет коэффициент ширины; при отклонении же отношения  $\frac{1_c}{b_c}$  от единицы в ту или другую сторону—влияние концов на вытяжку и уширение ослабевает.

Считаем необходимым еще раз отметить, что выведенные здесь равенства (7) и (8) для коэффициентов деформации при сжатии прокатываемой полосы не получили непосредственного подтверждения опытами на сжатие длинных полос под прессом или молотом (подвергая при этом сжатию незначительную часть полосы по длине), а установлены нами косвенным путем—на основании закона наименьшего сопротивления, о котором речь будет ниже.

В дальнейшем заменим, для удобства, два равенства (7-е и 8-е) одним общим равенством; для этого дадим одно общее обозначение множителю перед  $\lg \frac{1}{\eta_h}$  в правой части обоих вышеупомянутых равенств, т. е. напишем следующее, общее для обоих разобранных выше случаев, равенство:

$$\lg \lambda_h = m \cdot \lg \frac{1}{\eta_h}, \quad (11)$$

где множитель (показатель)  $m$  имеет два выражения, а именно:

$$1) \text{ при } \frac{1_c}{b_c} > \frac{2}{3};$$

$$m = \frac{1}{3} \cdot \frac{b_c}{1_c}; \quad (12)$$

$$2) \text{ при } \frac{1_c}{b_c} < \frac{2}{3};$$

$$m = 1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{1_c}{b_c}. \quad (13)$$

Далее, на основании равенств (10) и (11), получим:

$$\lg \beta_h = (1 - m) \cdot \lg \frac{1}{\eta_h}. \quad (14)$$

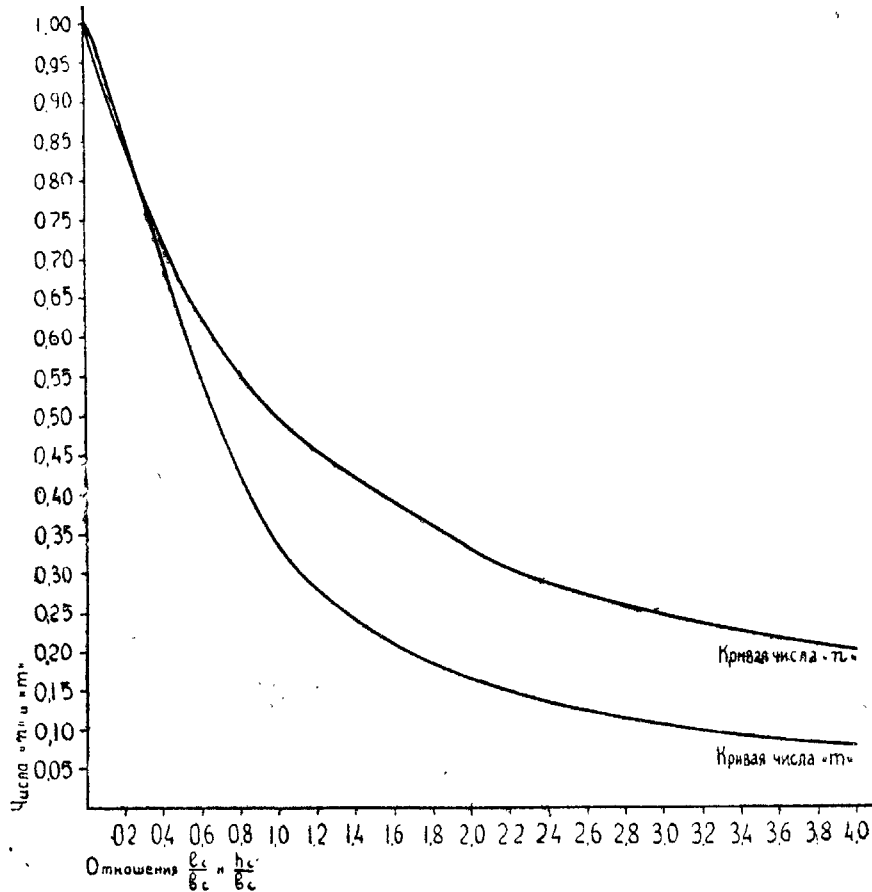
Само собой понятно, что  $m$  в последнем равенстве имеет то же значение, что и в равенстве (11), и определяется по равенствам (12) и (13).

Принимая во внимание, что множитель  $m$  определяется по двум равенствам, приводим, ради удобства и простоты расчета, вычисленную для этого множителя таблицу 1 и кривую на диаграмме (фиг. 8), построенную на основании данных таблицы.

Таблица 1

Отношение $\frac{l_c}{b_c}$	0	0,2	0,4	0,6	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,5	3,0	4,0
Значение коэффициента $m$	1	0,815	0,700	0,555	0,417	0,278	0,235	0,208	0,185	0,167	0,133	0,111	0,083

Заканчивая на этом изучение сжатия прокатываемой полосы, перейдем к рассмотрению растяжения прокатываемой полосы.



Фиг. 8

### 3. РАСТЯЖЕНИЕ ПРОКАТЫВАЕМОЙ ПОЛОСЫ

Растяжение параллелепипедов в обычных условиях нами рассмотрено в первой части настоящей работы, где были выведе-

дены равенства для коэффициентов деформации при равномерном распределении растяжения по высоте параллелепипеда (см. равенства (55) и (56) в первой части настоящей работы).

Эти равенства, на основании того, что прокатываемая полоса растягивается по ее длине, перепишем для растяжения прокатываемой полосы, сохраняя принятые обозначения, в нижеследующем виде:

$$1) \text{ при } \frac{h_c}{b_c} \leq 1: \left. \begin{aligned} \lg \frac{1}{\eta_1} &= \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{h_c}{b_c} \right)^2 \right] \lg \lambda_1, \\ \lg \frac{1}{\beta_1} &= \frac{1}{2} \left( \frac{h_c}{b_c} \right)^2 \lg \lambda_1; \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$2) \text{ при } \frac{h_c}{b_c} \geq 1: \left. \begin{aligned} \lg \frac{1}{\eta_1} &= \frac{1}{2} \left( \frac{b_c}{h_c} \right)^2 \lg \lambda_1, \\ \lg \frac{1}{\beta_1} &= \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{b_c}{h_c} \right)^2 \right] \lg \lambda_1, \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

в которых показатель  $n$ , согласно опытам на разрыв, колеблется, без закономерности, в пределах от 0 до 0,3.

Далее, в первой части настоящей работы нами выяснено, что в обычных условиях растяжения, деформация распространяется по всей длине растягиваемого тела лишь до предела упрочнения, при дальнейшем же растяжении она (деформация) сосредоточивается в одной или нескольких шейках, в той же первой части выяснены и причины этого явления.

Растяжение прокатываемой полосы имеет свои существенные особенности по сравнению с обычным растяжением, и вышеприведенные равенства для коэффициентов деформации неприменимы; в виду этого выясним эти особенности, с тем чтобы внести в них соответствующие поправки.

Как выяснено нами выше, растяжение прокатываемой полосы производится непосредственно фрикционными силами прокатки, или, точнее, составляющими этих сил по направлению прокатки; при этом верхний валок, растягивая полосу, нажимает ее на нижний валок, а последний — на верхний; таким образом, прокатные валки представляют собой оригинальный пресс на растяжение. Ниже, при изучении опережения прокатываемой полосы, мы убедимся в том, что растяжение прокатываемой полосы происходит преимущественно в задней и промежуточной зонах пояса деформации, в передней же зоне растяжение практически прекращается.

Принимая во внимание, что полоса непрерывно проходит через пояс деформации, любая часть ее по длине подвергается одинаковому растяжению; таким образом, деформация растяжения будет равномерно распределена по длине прокатываемой полосы. В этом заключается первая особенность растяжения прокатываемой полосы, и эта особенность, как легко видеть, не вносит каких-либо поправок в вышеприведенные равенства, а указывает лишь на то, что коэффициент вытяжки ( $\lambda_1$ ) будет

одинаков (постоянен) по всей длине прокатываемой полосы, чего мы не имеем при обычном растяжении за пределом упрочнения (образование шеек).

Кстати отметим здесь различие в терминах „растяжение“ и „вытяжка“.

Вытяжкой мы называем увеличение длины, которое при сжатии выражается коэффициентом  $\lambda_s$ , а при растяжении — коэффициентом  $\lambda_r$ ; различие здесь лишь в том, что при растяжении вытяжка совпадает с осью деформации, и коэффициент вытяжки ( $\lambda_r$ ) аргументирует, или определяет величину растяжения; при сжатии же таковым является коэффициент  $\frac{1}{\eta_h}$ .

Под термином „растяжение“ мы понимаем не только изменение длины, но и изменение размеров поперечного сечения растягиваемого тела, т. е. полную деформацию растягиваемого тела.

Далее рассмотрим вторую, более существенную для нашего вопроса, особенность растяжения прокатываемой полосы, а именно — неравномерное распределение его (растяжения) по поперечному сечению, т. е. по ширине и высоте (толщине) прокатываемой полосы; и так как существенное значение для нас представляет распределение растяжения по ширине прокатываемой полосы, то мы и остановимся на этом вопросе.

При изучении сжатия прокатываемой полосы, на основании опытов установлено, что вытяжка полосы вследствие сжатия ( $\lambda_s$ ) неодинакова по ширине и что наибольшая вытяжка будет в середине, а наименьшая — у кромок; между тем вытяжка прокатываемой полосы практически (за исключением концов ее) одинакова по всей ширине; отсюда естественно допустить, что выравнивание вытяжки по ширине производится растяжением прокатываемой полосы; при этом, как легко догадаться, распределение деформации растяжения по ширине будет обратно распределению вытяжки при сжатии, а именно: наибольшее растяжение будет у кромок, а наименьшее — в середине ширины прокатываемой полосы.

Наконец, выясним еще третью особенность растяжения прокатываемой полосы. Ширина и высота (толщина) прокатываемой полосы уменьшаются при ее растяжении; при чем сокращение ширины находится в других условиях, чем сокращение высоты; а именно: сокращение ширины может возбуждать скольжение на контактных поверхностях, тогда как сокращение толщины происходит всегда без возбуждения этого внешнего (вредного) сопротивления.

Далее, принимая во внимание, что смещение частиц по ширине при растяжении направлено в обратную сторону по отношению смещения частиц при сжатии, — легко видеть, что смещение частиц по ширине при растяжении может происходить без возбуждения скольжения на контактных поверхностях в том случае, когда это смещение лишь сдерживает смещение частиц от сжатия в ширину или когда сокращение ширины

благодаря растяжению лишь уменьшает уширение полосы при ее сжатии.

Имея в виду вышесказанное, на основании закона наименьшего сопротивления будем иметь следующий вывод: *смещение частиц по ширине при растяжении может лишь задерживать или уменьшать обратное их смещение по ширине, благодаря сжатию.*

Из последнего вывода само собой вытекает, что ширина полосы при прокатке не может уменьшиться. Это следствие подтверждается всеми имеющимися до сих пор опытами. Этот вывод, полученный из рассмотрения третьей особенности, имеет важное значение при изучении растяжения в широком поясе деформации.

Заканчивая на этом разбор особых условий растяжений прокатываемой полосы, перейдем к изучению соотношения между коэффициентами деформации; при этом нам придется рассмотреть два отдельных случая, как и при сжатии.

*Первый случай*, когда  $\frac{l_0}{b_0} \geq 1$ . В этом случае смещение частиц в ширину при сжатии происходит по всей ширине пояса деформации; следовательно, обратное смещение частиц вследствие растяжения может происходить также по всей ширине. Далее, в этом случае пояс деформации имеет промежуточную зону, в которой частицы смещаются при сжатии только в ширину; при этом — чем больше отношение  $\frac{l_0}{b_0}$ , тем значительнее будет объем, смещаемый в ширину, по сравнению с объемом, смещаемым вдоль полосы, и, как легко догадаться, тем равномернее растяжение будет распределено по ширине прокатываемой полосы.

Далее, при обычных условиях прокатки отношение  $\frac{h_0}{b_0}$  в длинном поясе деформации колеблется в тесных пределах около единицы. Имея это в виду и принимая во внимание, что это отношение входит в вышеприведенные равенства (15-е и 16-е) для коэффициентов деформации при растяжении с показателем в степени  $n$  — от 0 до 0,3 — легко уяснить, что уменьшение ширины и уменьшение высоты прокатываемой полосы при растяжении не могут значительно отличаться друг от друга.

В виду этого и ради упрощения примем приближенно, что при растяжении прокатываемой полосы приращение (отрицательное) ширины и приращение высоты — одинаковы между собой. Отсюда — при бесконечно-малом растяжении будем иметь следующее простое приближенное равенство:

$$db = dh.$$

Далее, согласно постоянству удельного объема тела при его пластичной деформации, имеем:

$$hlb = \text{const.}$$

Дифференцируя последнее равенство, после простых преобразований получим:

$$\frac{dh}{h} + \frac{db}{b} + \frac{dl}{l} = 0.$$

Из последних двух дифференциальных равенств получим:

$$\frac{dh}{h} = -\frac{1}{1 + \frac{h}{b}} \cdot \frac{dl}{l}.$$

Применяя к последнему равенству такое же приближенное интегрирование, которое неоднократно применяли раньше,— получим:

$$\lg \frac{1}{\eta_1} = \frac{1}{1 + \frac{h_c}{b_c}} \cdot \lg \lambda_1. \quad (17)$$

Вводя, ради краткости, обозначение:

$$n = \frac{1}{1 + \frac{h_c}{b_c}}, \quad (18)$$

перепишем последнее равенство в следующем окончательном виде:

$$\lg \frac{1}{\eta_1} = n \cdot \lg \lambda_1. \quad (19)$$

Численное значение  $n$ , в зависимости от отношения  $\frac{h_c}{b_c}$ , приведено ниже, в таблице 2, и согласно этой таблицы построена кривая на диаграмме (фиг. 8).

Совершенно таким же способом из вышеуказанных дифференциальных равенств получим следующее выражение для коэффициента ширины:

$$\lg \frac{1}{\beta_1} = \frac{1}{1 + \frac{b_c}{h_c}} \cdot \lg \lambda_1.$$

Заканчивая на этом рассмотрение растяжения в длинном поясе деформации, переходим к изучению его (растяжения) в широком поясе деформации.

*Второй случай*, когда отношение  $\frac{l_c}{b_c} \leq 1$ . В этом случае смещение частиц при сжатии в ширину не происходит по всей ширине прокатываемой полосы, и пояс деформации мы можем разбить по ширине на три зоны, а именно: две крайних зоны, где частицы смещаются при сжатии как в ширину, так и вдоль полосы, и среднюю зону, в которой частицы смещаются при сжатии только вдоль прокатываемой полосы; отсюда, на основании вывода, полученного нами выше, частицы не будут сме-

щаться по ширине и при растяжении, или, другими словами, растяжение средней зоны будет происходить только за счет уменьшения толщины. Таким образом, средняя зона в широком поясе деформации не имеет влияния на приращение ширины как при сжатии, так и при растяжении прокатываемой полосы.

Отсюда само собой вытекает, что в широком поясе деформации, при определенной данной его длине ( $l_c$ ), изменение его ширины (или отношения  $\frac{l_c}{b_c}$ ) не влияет на абсолютное приращение ширины при сжатии и растяжении прокатываемой полосы; последнее (приращение ширины) остается тем же, которое будем иметь при верхнем предельном значении отношения  $\frac{l_c}{b_c} = 1$ , или при  $l_c = b_c$ .

Таблица 2

Отношение $\frac{h_c}{b_c}$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,5	3,0	4,0
Значение $n$	1	0,833	0,715	0,625	0,555	0,500	0,455	0,416	0,385	0,357	0,333	0,285	0,250	0,200

Поэтому, ради упрощения, приближенно примем, что в разбираемом случае, как и в первом, приращение ширины и приращение высоты при растяжении прокатываемой полосы одинаковы между собой, отсюда—равенства (17) и (19) для коэффициентов деформации, выведенные для первого случая, распространяются и на разбираемый второй случай; при этом считаем необходимым сделать следующую существенную оговорку.

Из вышеизложенного следует, что соотношение между приращением ширины и высоты в широком поясе деформации будет зависеть от отношения  $\frac{h_c}{b_c}$  и что принятое нами приближенное равенство между приращением ширины и высоты будем иметь лишь в том случае, когда отношение  $\frac{h_c}{b_c}$  будет близко к единице; между тем при прокатке тонких и широких полос и листов это отношение ( $\frac{h_c}{b_c}$ ) в действительности будет значительно меньше единицы; отсюда само собой понятно, что в данном случае действительное соотношение между коэффициентами деформации будет значительно отличаться от принятых здесь приближенных равенств (17 и 19), и последние равенства мы приняли приближенно для широкого пояса деформации лишь потому, что во-первых, это значительно упрощает вопрос, а во-вторых, прокатка тонких и широких полос и листов, когда мы имеем гру-



бое отступление от принятых равенств, не представляет, в смысле расчета деформации, научно-технического интереса, ибо в этом случае изменение ширины настолько ничтожно, что практически его не учитывают, а принимают ширину прокатываемых полос и листов за постоянную величину.

Выяснив соотношение между коэффициентами деформации при сжатии и растяжении прокатываемой полосы, переходим к решению основного вопроса настоящей главы, а именно—вопроса о разложении деформации прокатываемой полосы на составляющие ее деформации сжатия и растяжения.

#### 4. РАЗЛОЖЕНИЕ ДЕФОРМАЦИИ ПРОКАТЫВАЕМОЙ ПОЛОСЫ НА ДЕФОРМАЦИИ СЖАТИЯ И РАСТЯЖЕНИЯ

Как нами выяснено в этой главе, сущность вопроса о разложении деформации прокатываемой полосы заключается в том, чтобы по известным нам коэффициентам деформации прокатываемой полосы ( $\eta$ ,  $\beta$  и  $\lambda$ ) определить неизвестные нам коэффициенты деформации сжатия ( $\eta_h$ ,  $\beta_h$  и  $\lambda_h$ ) и растяжения ( $\eta_1$ ,  $\beta_1$  и  $\lambda_1$ ).

Принимая во внимание, что коэффициенты  $\lambda_h$  и  $\beta_h$  выражены в функции коэффициента  $\eta_h$  (равенства 11-е и 13-е), точно так же коэффициенты  $\eta_1$  и  $\beta_1$  выражены в функции коэффициента  $\lambda_1$ , легко понять, что, по существу, мы имеем два неизвестных коэффициента, а именно: коэффициент толщины при сжатии ( $\eta_h$ ) и коэффициент длины при растяжении ( $\lambda_1$ ).

Для нахождения этих двух неизвестных коэффициентов, нам удобнее всего воспользоваться следующей системой уравнений, а именно: двумя первыми уравнениями из равенств (4) и уравнениями (11) и (17); при этом, принимая во внимание, что в последние два равенства входят логарифмы неизвестных коэффициентов, — необходимо и первые два равенства взять в логарифмическом же виде.

Отсюда будем иметь следующую систему уравнений:

$$\lg \frac{1}{\eta_h} + \lg \frac{1}{\eta_1} = \lg \frac{1}{\eta},$$

$$\lg \lambda_h + \lg \lambda_1 = \lg \lambda,$$

$$\lg \lambda_h - m \cdot \lg \frac{1}{\eta_h} = 0,$$

$$\lg \frac{1}{\eta_1} - n \cdot \lg \lambda_1 = 0.$$

Исключая из этой системы уравнений коэффициенты  $\lambda_h$  и  $\frac{1}{\eta_1}$ , получим следующую систему двух уравнений с нашими неизвестными коэффициентами —  $\eta_h$  и  $\lambda_1$ :

$$\lg \frac{1}{\eta_h} + n \cdot \lg \lambda_1 = \lg \frac{1}{\eta},$$

$$m \cdot \lg \frac{1}{\eta_h} + \lg \lambda_1 = \lg \lambda.$$

Решая последнюю систему уравнений, получим следующие искомые решения для неизвестных коэффициентов:

$$\lg \frac{1}{\eta_h} = \frac{\lg \frac{1}{\eta} - n \cdot \lg \lambda}{1 - mn}, \quad (20)$$

$$\lg \lambda_1 = \frac{\lg \lambda - m \cdot \lg \frac{1}{\eta}}{1 - mn}. \quad (21)$$

Далее, подставляя равенство (20) в равенства (11) и (14), мы легко найдем равенство для остальных двух коэффициентов деформации прокатываемой полосы при ее сжатии; точно так же, подставляя равенство (21) в равенства (17) и (19), найдем равенства для остальных двух коэффициентов деформации прокатываемой полосы при ее растяжении, но мы этих равенств приводить здесь не будем, так как они нам не нужны для дальнейшего изложения.

В заключение приведем пример на разложение деформации прокатываемой полосы.

*Пример 1-й.* Дано: диаметр прокатных валков:  $D=996$  мм; начальное поперечное сечение полосы:  $h_0=180$  мм,  $b_0=180$  мм; размеры поперечного сечения после выхода из валков:  $h_1=95$  мм,  $b_1=213$  мм. Требуется: определить коэффициенты  $\frac{1}{\eta_h}$  и  $\lambda_1$ .

Для нахождения коэффициентов  $\frac{1}{\eta_h}$  и  $\lambda_1$  по равенствам (20) и (21), необходимо предварительно рассчитать  $\frac{1}{\eta}$ ,  $\lambda$ ,  $m$  и  $n$ ; поэтому мы сначала займемся нахождением этих чисел.

1) Коэффициенты деформации прокатываемой полосы:

$$\frac{1}{\eta} = \frac{h_0}{h_1} = \frac{180}{95} = 1,895,$$

$$\beta = \frac{b_1}{b_0} = \frac{21,36}{180} = 1,183,$$

$$\lambda = \frac{1}{\eta\beta} = \frac{1,895}{1,183} = 1,598.$$

2) Для нахождения чисел  $m$  и  $n$  необходимо рассчитать размеры пояса деформации:

$$l_0 = \sqrt{0,5(h_0 - h_1) \cdot D} = \sqrt{0,5 \cdot 85 \cdot 996} = 201,2 \text{ мм},$$

$$b_0 = \frac{b_0 + b_1}{2} = \frac{180 + 213,6}{2} = 196,8 \text{ мм},$$

$$h_c = \frac{h_0 + h_1}{2} = \frac{180 + 95}{2} = 137,5 \text{ мм.}$$

3) Число  $m$  по равенству (12) (или по кривой на фиг. 8):

$$m = \frac{1}{3} \cdot \frac{b_c}{l_c} = \frac{1}{3} \cdot \frac{196,8}{201,2} = 0,327.$$

4) Число  $n$  по равенству (18) (или по кривой на фиг. 8):

$$n = \frac{1}{1 + \frac{h_c}{b_c}} = \frac{1}{1 + \frac{137,5}{196,8}} = 0,590.$$

5) Наконец, рассчитаем искомые коэффициенты  $\frac{1}{\eta_h}$  и  $\lambda_1$  по равенствам (20) и (21):

$$\lg \frac{1}{\eta_h} = \frac{\lg 1,895 - 0,590 \cdot \lg 1,58}{1 - 0,327 \cdot 0,590} = 0,1950; \quad \frac{1}{\eta_h} = 1,568;$$

$$\lg \lambda_1 = \frac{\lg 1,598 - 0,327 \cdot \lg 1,895}{1 - 0,327 \cdot 0,590} = 0,1398; \quad \lambda_1 = 1,380.$$

Заканчивая на этом настоящую главу, считаем необходимым отметить, что в дальнейшем нам необходимо изучить закономерность в соотношении между сжатием и растяжением прокатываемой полосы, ибо только в случае знания закона в соотношении этих двух деформаций мы можем производить необходимые расчеты по деформации и по динамике прокатки. Выше мы упоминали, что соотношение между сжатием и растяжением прокатываемой полосы должно подчиняться общему принципу для всех механических явлений, т. е. закону наименьшего сопротивления, но чтобы изучить закон соотношения между растяжением и сжатием на основании вышеуказанного общего принципа механики, нам необходимо более детально изучить кинематические условия прокатки вообще, а особенно — так называемое „опережение прокатываемой полосы“.

## ГЛАВА ВТОРАЯ

### КИНЕМАТИКА ПРОКАТКИ И ОПЕРЕЖЕНИЕ ПРОКАТЫВАЕМОЙ ПОЛОСЫ

#### 1. ПРИЧИНЫ ОПЕРЕЖЕНИЯ ПРОКАТЫВАЕМОЙ ПОЛОСЫ

Если на цилиндрической поверхности гладких валков нанесем бороздки в определенном расстоянии по окружности друг от друга, как это было сделано в вышеприведенных опытах Метца, то опыты показывают, что при нормальных условиях прокатки (без буксования валков относительно прокатываемой

полосы) расстояние между нанесенными знаками будет больше расстояния между соответствующими углублениями на валке.

Это явление объясняется тем, что скорость полосы при выходе из валков будет больше окружной скорости валков в любой данный момент, и называется оно „опережением прокатываемой полосы“.

Прежде чем приступить к выяснению причин опережения, введем необходимые нам понятия и обозначения, и прежде всего определим понятие скорости полосы в любом данном поперечном сечении в пределах пояса деформации, так как частицы в этом сечении имеют различную скорость по направлению прокатки, вследствие взаимного смещения их при вытяжке полосы.

Скоростью полосы в любом данном поперечном сечении NN (фиг. 9) в пределах пояса деформации мы будем называть среднюю скорость частиц в этом сечении по направлению прокатки, ибо, как легко уяснить, эта средняя скорость частиц будет представлять собой поступательную скорость прокатываемой полосы в этом сечении.

Далее, скорость полосы в данном сечении мы будем сравнивать со скоростью валков в этом же сечении, при чем скоростью валков в любом данном сечении NN будем называть проекцию окружной скорости в точке N на направление прокатки.

Обозначим окружную скорость валков через  $V$ , а скорости полосы — начальную, конечную и в любом данном поперечном сечении пояса деформации — соответственно через  $C_0$ ,  $C_1$  и  $C$ .

Согласно принятым обозначениям, опережение прокатываемой полосы даст следующее неравенство:

$$C_1 > V, \text{ или: } C_1 - V > 0.$$

Обычно опережение выражается удельной разностью скоростей, рассчитанной на единицу окружной скорости валков; обозначая эту удельную разность скоростей через  $i$ , будем иметь следующее выражение для нее:

$$i = \frac{C_1 - V}{V}. \quad (22)$$

Опыты и простые теоретические соображения убеждают нас в том, что начальная скорость полосы, или скорость полосы в сечении ВВ (фиг. 9), будет меньше скорости валков в том же сечении, т. е.:

$$C_0 < V \cdot \cos \alpha_0, \text{ или: } C_0 - V \cos \alpha_0 < 0.$$

Отсюда, принимая во внимание, что в сечении АА имеем вышеприведенное обратное неравенство ( $C_1 > V$ ), очевидно, будем иметь определенное сечение ЕЕ, в котором скорость полосы ( $C_1$ ) и скорость валков ( $V \cdot \cos \alpha'$ ) будут одинаковы, т. е.:

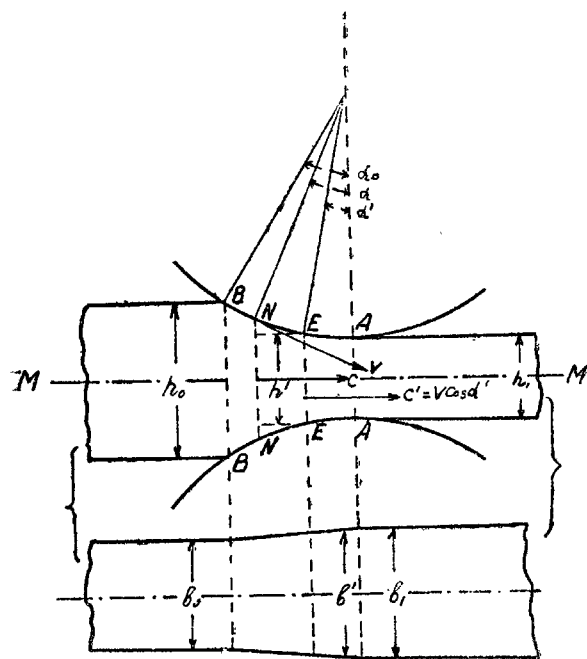
$$C_1 = V \cos \alpha'. \quad (23)$$

Этим сечением пояс деформации (зажатый клин) разбивается на две части: переднюю, опережающую валки, и заднюю, опережаемую валками.

Теперь займемся выяснением причин опережения прокатываемой полосы.

В предшествующей главе, при изучении деформации сжатия, мы привели опыты Метца на опережение в доказательство того, что смещение частиц вдоль прокатки при сжатии неравномерно распределяется по ширине прокатываемой полосы, а также опыты по прокатке тонких и широких свинцовых полос с образованием волнистости; эти опыты несомненно убеждают нас в том, что опережение создается смещением частиц при сжатии вдоль полосы по направлению прокатки (вперед). Принимая во внимание, что сжатие прокатываемой полосы практически происходит под влиянием реакции валков, приходим к заключению, что опережение создается под влиянием реакции валков.

Далее выясним, что непосредственное действие валков также способно создать опережение прокатываемой полосы. При изучении возбуждаемых при прокатке сил мы выяснили, что валки, непосредственно своим вращательным движением увлекают металл зажатого клина в это движение, стремятся сообщить любой его частице скорость по направлению прокатки больше окружной скорости, и что при этом в любой точке зажатого клина каждый валок противодействует другому, за исключением точек среднего сечения



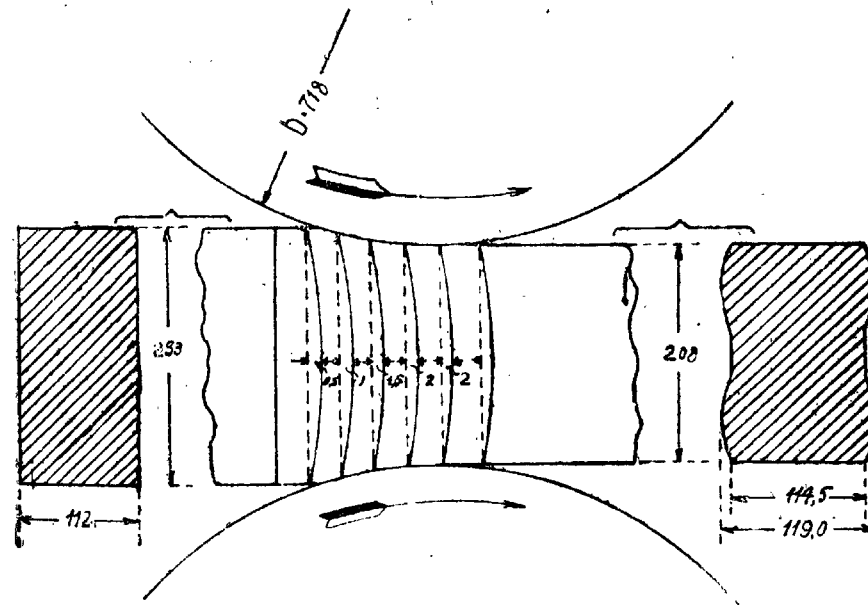
Фиг. 9

ММ, которым каждый из валков стремится сообщить одинаковую скорость по направлению прокатки.

Отсюда само собой вытекает, что непосредственное действие валков стремится сообщить наибольшую скорость по направлению прокатки частицам в среднем сечении ММ, а наименьшую — частицам у контактных поверхностей; в подтверждение этого приведем здесь второй опыт Экелунда, аналогичный опыту этого же автора, приведенному нами в предшествующей главе, при изучении смещения частиц при сжатии вдоль полосы

Второй опыт Экелунда (фиг. 10) отличается от первого только тем, что высота полосы значительно больше, а коэффициент высоты  $\left(\frac{1}{\eta}\right)$  значительно меньше.

Из фигуры 10 видим, что в этом опыте риски на боковых гранях полосы получили искривление в обратную сторону, по сравнению с искривлением в первом опыте. Далее, поперечное сечение полосы после прокатки указывает на то, что наибольшее сжатие полосы имеем не в середине толщины, как в первом опыте, а в двух местах по высоте (толщине), расположенных на одинаковом расстоянии от контактных поверхностей. Такое распределение сжатия и его причины нами изучены в первой части настоящей работы, и здесь мы повторяться не будем, но отметим, что искривление рисков вследствие сжатия при таком его распределении по высоте (толщине) полосы было бы совершенно другого характера, чем оно получено в опыте; следовательно, в этом опыте сжатие имело незначительное влияние на искривление рисков, а преобладающее значение имело непосредственное действие валков на полосу; полученное же искривление рисков — выпуклостью по направлению прокатки — подтверждает наш вывод о том, что непосредственное действие вращающегося движения валков сообщает наибольшую скорость частицам в середине толщины, а наименьшую — у контактных поверхностей.



Фиг. 10

Принимая это во внимание, легко уяснить, что непосредственное действие валков способно создать опережение прокатываемой полосы, ибо оно способно сообщить металлу полосы в

средней части толщины скорость при выходе из валков (в сечении AA) больше окружной скорости валков, а следовательно, способно создать среднюю скорость частиц в сечении AA (скорость полосы при выходе) больше окружной скорости.

Кстати отметим здесь, что выясненное здесь опережение под непосредственным действием валков указывает нам на то, что деформация полосы (выравнивание скоростей частиц по высоте) заканчивается за сечением AA.

В дальнейшем, для изучения опережения, нам необходимо предварительно выяснить вопрос скольжения, возбуждаемого на контактных поверхностях прокатываемой полосы, а поэтому мы и перейдем к изучению этого вопроса.

## 2. СКОЛЬЖЕНИЕ ПРОКАТЫВАЕМОЙ ПОЛОСЫ НА КОНТАКТНЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ

Ранее мы выяснили, что прокатываемая полоса подвергается растяжению и сжатию; для выяснения вопросов скольжения нам необходимо прежде всего такое расчленить на две части, т. е. на скольжение, возбуждаемое сжатием, и скольжение, возбуждаемое растяжением.

Скольжение на контактных поверхностях при сжатии под прессом нами изучено в первой части настоящей работы, где установлено, что скольжение практически начинает возбуждаться тогда, когда приращение контактных поверхностей становится больше приращения (отрицательного) боковых поверхностей, и что при сжатии параллелепипеда скольжение возбуждается не одновременно по всему периметру, а прежде всего в средней части длинных сторон контактной поверхности, при условии:

$$h \leq 2b - \frac{b^2}{a},$$

а при дальнейшем сжатии, когда  $h \leq b$ , возбуждается в средней части короткой стороны, при этом напомним, что „a“ и „b“ обозначают собой, соответственно, половины длиной и короткой сторон поперечного сечения сжимаемого параллелепипеда (контактной поверхности).

Применим эти данные для выяснения скольжения при сжатии прокатываемой полосы, при чем, как и при изучении деформации, приближенно принимаем пояс деформации за параллелепипед со сторонами  $h_c, b_c$  и  $l_c$ .

Из вышеприведенного равенства, выражающего условия возбуждения скольжения, вытекает следующее: если малая сторона контактной поверхности значительно меньше большой, то, пренебрегая в этом случае членом  $\frac{b^2}{a}$ , как очень малым, приближенно

можем принять, что скольжение наступит тогда, когда высота становится равной или меньше малой стороны контактной поверхности; если же стороны контактной поверхности равны между собой или незначительно отличаются друг от друга, то, как легко видеть, скольжение наступает одновременно в средней

части обеих сторон, когда высота станет равной или меньше половины стороны контактной поверхности.

Таким образом, в зависимости от соотношения между сторонами контактной поверхности момент наступления скольжения варьирует в широких пределах.

Применяя это к возбуждению скольжения при сжатии прокатываемой полосы, будем иметь следующее:

Если пояс деформации очень широкий, или, точнее, если отношение  $\frac{l_c}{b_c}$  очень мало, то скольжение практически наступает тогда, когда  $h_c \leq l_c$ ; при этом необходимо отметить, что скольжение в этом случае возбуждается смещением частиц вдоль прокатки, или, другими словами, вытяжкой полосы вследствие сжатия; скольжение же при смещении частиц в ширину в этом случае наступит лишь при условии, когда  $h_c \leq \frac{1}{2} l_c$  и прокатываемая полоса подвергается только сжатию.

Если же пояс деформации очень длинный (отношение  $\frac{l_c}{b_c}$  очень большое) и прокатываемая полоса подвергалась бы только сжатию, то скольжение при смещении частиц в ширину практически наступило бы при условии, когда  $h_c \leq b_c$ , а скольжение при смещении вдоль полосы—при условии, когда  $h_c \leq \frac{1}{2} b_c$ .

Наконец, если стороны контактной поверхности равны или незначительно отличаются друг от друга, другими словами, если отношение  $\frac{l_c}{b_c} = 1$  или близко к единице, то скольжение прокатки наступит при  $h_c \leq \frac{1}{2} l_c$ , если  $l_c < b_c$ , или при  $h_c \leq \frac{1}{2} b_c$ , если  $b_c < l_c$ .

В вышеприведенных рассуждениях мы не принимали во внимание растяжение прокатываемой полосы, в виду этого выясним, какую поправку внесет растяжение в наши выводы.

Смещения частиц вдоль полосы при сжатии и растяжении в задней зоне пояса деформации направлены во взаимно-обратную сторону, в передней же совпадают по направлению, при чем в последней зоне мы принимаем, что растяжение практически не происходит; но независимо от того, совпадают ли смещения по направлению или будут иметь взаимно-обратное направление, вытяжка полосы при сжатии, с одной стороны, и вытяжка полосы, при растяжении, с другой стороны, являются величинами, выражаясь математическим языком, одного и того же знака, вследствие чего при данном соотношении между растяжением и сжатием—каждая из этих деформаций не влияет на скольжение, возбуждаемое другой деформацией, т. е. растяжение не влияет на скольжение, возбуждаемое при вытяжке полосы вследствие сжатия, и обратно—сжатие не влияет на скольжение, возбуждаемое при вытяжке полосы вследствие растяжения.

Теперь рассмотрим влияние растяжения на скольжение, возбуждаемое смещением частиц при сжатии в ширину. Мы раньше выяснили, что смещение частиц в ширину при растяжении направлено в сторону, обратную таковому при сжатии; но это—еще не существенный признак для решения нашего вопроса: существенным в этом вопросе является то обстоятельство, что при сжатии полоса уширяется, а при растяжении, наоборот, уменьшает ширину, т. е. уширение полосы при сжатии и таковое же при растяжении являются, выражаясь математически, величинами разных знаков, или, выражаясь просто, растяжение задерживает смещение частиц при сжатии в ширину. Отсюда нам будет понятно, что растяжение уменьшает скольжение при уширении прокатываемой полосы.

Выше нами выяснено, что скольжение при уширении наступит раньше всего (при большей толщине) в очень длинном поясе деформации, и именно в этом случае скольжение начнет возбуждаться при условии, когда  $h_c \leq b_c$ .

Принимая в последнем равенстве  $h_c$  и  $b_c$  за текущие размеры деформируемого параллелепипеда и дифференцируя его, получим следующий признак для возбуждения скольжения в этом крайнем случае:

$$db \geq [dh], \text{ или } \frac{db}{[dh]} \geq 1,$$

который мы можем формулировать так: скольжение при уширении в самом крайнем случае может возбуждаться, когда приращение ширины будет равно или больше приращения (абсолютного) высоты.

Отметим еще раз, что это—только в самом крайнем случае, когда будем иметь очень длинный пояс деформации, а при незначительной разности сторон  $l_c$  и  $b_c$ —точно такими же рассуждениями убедимся, что практически скольжение при уширении начинается возбуждаться, когда

$$db \geq 2 [dh], \text{ или } \frac{db}{[dh]} \geq 2,$$

т. е. когда приращение ширины будет в два или больше раза превышать приращение высоты.

В практике при прокатке мы не имеем очень длинного пояса деформации, и уширение всегда значительно меньше обжатия; следовательно, в практических условиях прокатки скольжение при уширении никогда не возбуждается.

Далее, принимая во внимание, что растяжение не изменяет полученных выше выводов для скольжения при вытяжке вследствие сжатия,—будем иметь следующие признаки для возбуждения этого скольжения:

1) скольжение при вытяжке от сжатия возбуждается в очень широком поясе деформации, когда  $h_c \leq l_c$ , или  $\frac{l_c}{h_c} \geq 1$ ;

2) то же явление имеет место в широком поясе деформации, когда  $h_c \leq \frac{1}{2} l_c$ , или  $\frac{l_c}{h_c} \geq 2$ .

Отсюда видим, что в зависимости от величины отношения  $\frac{l_c}{b_c}$  наступление момента скольжения варьирует в очень широких пределах:

$$\text{от } \frac{l_c}{h_c} \geq 1 \text{ до } \frac{l_c}{h_c} \geq 2.$$

Принимая во внимание, что вопросы деформации прокатываемой полосы имеют технический интерес, когда отношение  $\frac{l_c}{b_c}$  незначительно отличается от единицы, а так же, что точный учет скольжения в зависимости от величины отношения  $\frac{l_c}{b_c}$  чрезвычайно усложняет решение вопросов по деформации,—в дальнейшем приближенно примем, что скольжение в широком поясе деформации наступает, когда

$$h_c \leq \frac{1}{2} l_c, \text{ или } \frac{l_c}{h_c} \geq 2. \quad (24)$$

Далее, из выясненного выше следует, что скольжение при сжатии в длинном поясе деформации наступает, когда

$$h_c \leq \frac{1}{2} b_c, \text{ или } \frac{b_c}{h_c} \geq 2. \quad (24 \text{ bis})$$

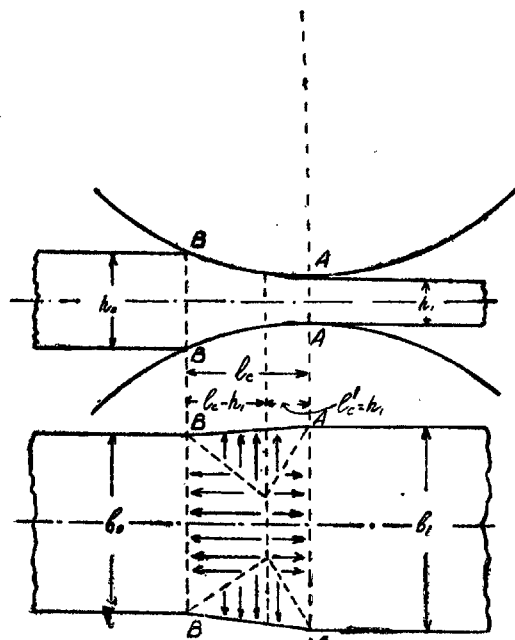
Что же касается скольжения, возбуждаемого при растяжении, то смещение частиц в ширину, как выяснили выше, не возбуждает скольжения; смещение частиц по высоте, как направленное практически по нормали к контактной поверхности, также не может возбудить скольжения; наконец, вытяжка полосы при растяжении, как легко видеть из условия этой деформации, неизбежно сопряжена с возбуждением скольжения независимо от соотношения между размерами пояса деформации, за исключением прокатки очень высоких полос, как, например, в приведенном выше опыте Эжелунда (фиг. 10), в котором растяжение в передней зоне будет происходить без скольжения.

Принимая во внимание, что в практических условиях прокатки мы не имеем скольжения вследствие сжатия в длинном поясе деформации,—в дальнейшем будем рассматривать скольжение при сжатии главным образом в широком поясе деформации. До сих пор мы рассматривали скольжение на контактных поверхностях, не принимая во внимание особенностей сжатия при прокатке; в виду этого в дальнейшем примем во внимание эти особенности.

Возбуждение скольжения при сжатии прокатываемой полосы усложняется еще тем, что высота пояса деформации неодинакова по длине; в виду этого нам необходимо выяснить влияние этой особенности.

Здесь само собой возникает вопрос, что мы будем иметь в широком поясе деформации, когда  $h_1 < \frac{1}{2} l_c$ , а  $h_0 > \frac{1}{2} l_c$ .

Если мы примем, что в этом случае смещение частиц в поперечном сечении пояса деформации при его сжатии будет происходить так, как это показано на фиг. 3, то вытяжка при сжатии в передней зоне пояса деформации будет возбуждать скольжение, а в задней зоне не будет возбуждать скольжения.



Фиг. 11

сжатии в поперечном сечении пояса деформации будет происходить по некоторой средней модели, которая будет ближе к модели, представленной на фиг. 11, ибо возрастание внутреннего сопротивления по этой модели будет значительно меньше сопротивления скольжения, возбуждаемого по модели, изображенной на фиг. 3.

Принимая во внимание, что трудно учесть возрастание внутреннего сопротивления по модели, изображенной на фиг. 11, а также то, что это возрастание незначительно по сравнению с возбуждаемым сопротивлением скольжения по модели, представленной на фиг. 3,—примем, для приближенного решения нашего вопроса, что внутреннее сопротивление при сжатии одинаково по обоим моделям.

На основании закона наименьшего сопротивления, мы можем утверждать, что смещение частиц при сжатии в разбираемом случае будет происходить так, как это показано на фиг. 11, ибо при таком смещении будем иметь минимальное сопротивление сжатию, конечно, при принятом приближении. Отметим, что в разобранным случае длина ( $l'_c$ ) передней зоны в широком и длинном поясе деформации будет равна конечной высоте, т. е.:

$$l'_c = h_1 \quad (25)$$

С другой стороны, если в разбираемом случае примем, что смещение частиц при сжатии в поперечном сечении пояса деформации будет происходить так, как это показано на фиг. 11, то вытяжка полосы при сжатии совершенно не будет возбуждать скольжения ни в передней, ни в задней зонах пояса деформации, но несколько увеличит энергию внутреннего трения по сравнению со сжатием (фиг. 3).

Отсюда, на основании закона наименьшего сопротивления, можем утверждать, что смещение частиц при

Относительно последнего равенства необходимо сделать существенную оговорку, а именно: это равенство применимо тогда, когда в длинном поясе деформации отношение  $\frac{l_c}{b_c}$  близко к единице; когда же это отношение значительно больше единицы, и между передней и задней зонами имеется значительная промежуточная зона, то в этом случае скольжение при сжатии может возбуждаться только в одной передней зоне, при чем длина этой зоны будет равна половине ее ширины, и приближенно может быть принята:

$$l'_c = \frac{1}{2} b_1. \quad (25 \text{ bis})$$

Таким образом, мы выяснили, что в рассмотренном случае, за исключением очень длинного пояса деформации, скольжения не будет, тем не менее сопротивление его будет уменьшать нормальную длину передней зоны.

Опыты на скольжение при сжатии цилиндров (см. первую часть настоящей работы) убеждают нас в том, что скольжение происходит на внешнем кольце контактной поверхности, с шириной, равной  $g-h$ , а в концентрическом круге, радиус которого равен высоте цилиндрика, скольжения практически нет. Соответственно этому, при сжатии прокатываемой полосы скольжение будет возбуждаться на концах контактной поверхности пояса деформации, длина которых (концов) определяется следующим очевидным равенством:

$$l_1 = \frac{l_c - (h_0 + h_1)}{2} = \frac{1}{2} l_c - h_c. \quad (26)$$

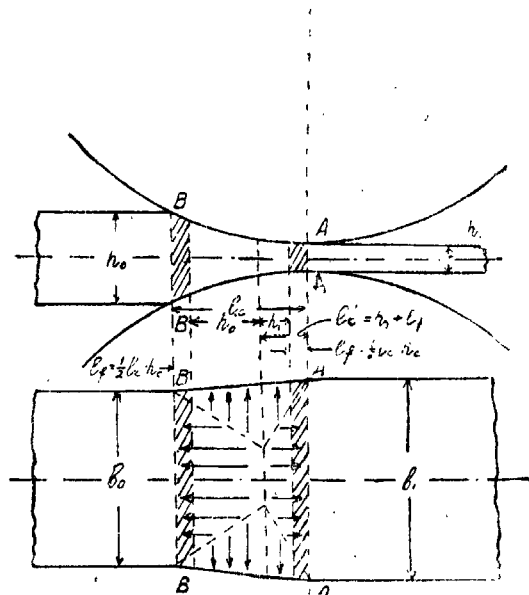
На контактной же поверхности средней части пояса деформации скольжение не возбуждается; длина ее, очевидно, будет:

$$l_c - 2l_1 = h_0 + h_1 = 2h_c.$$

Ради точности, считаем необходимым отметить, что длина ( $l_1$ ) концов со скольжением будет одинакова только при условии, если толщина одинакова и сжатие равномерно по длине пояса деформации; в действительности же толщина заднего конца больше переднего, и в заднем конце имеем более интенсивное сжатие, чем в переднем, и, по закону наименьшего сопротивления, будем иметь разную длину контактной поверхности со скольжением, а именно — установится такое соотношение, при котором будем иметь наименьшую вредную работу скольжения; при этом легко догадаться, что влияние вышеуказанных двух особенностей на длину концов со скольжениями взаимно-обратно, и без точного анализа мы не можем установить суммарное их влияние; опыты же, как убедимся ниже, показывают, что длина переднего конца со скольжением меньше заднего конца; следовательно, первый фактор—разность толщин—имеет большее влияние, чем второй фактор.

Таким образом, равенство (26) дает приближенное решение для длины ( $l_1$ ) конца со скольжением, при котором принято, что толщина концов одинакова, а сжатие равномерно по длине пояса

деформации. Кстати отметим, что решение этого вопроса можно дать другим способом, учитывая, что сжатие происходит по дуге, но это решение—более сложное, и оно будет также приближенным, ибо уменьшение толщины в заднем конце пояса деформации происходит как при сжатии, так и при растяжении; отсюда легко видеть, что точное решение этого вопроса нам недоступно.



Фиг. 12

Заканчивая на этом рассмотрение скольжения при вытяжке вследствие сжатия в широком поясе деформации, выясним, в кратких словах, те же вопросы в отношении длинного пояса деформации.

Сравнивая равенства (24) и (24 bis), видим, что они отличаются тем, что длина ( $l_c$ ) в первом заменена шириной ( $b_c$ ) во втором, как меньшим линейным размером поперечного сечения длинного пояса деформации.

Совершенно такие же равенства, определяющие длину концов со скольжением и длину ( $l_c$ ) передней зоны пояса деформации, получим соответственно из равенств (26) и (27), заменяя в них  $l_c$  на  $b_c$ :

$$l = \frac{1}{2} b_c - h_c, \quad (26)$$

$$l'_c = \frac{1}{2} (b_c - \Delta h). \quad (27)$$

Относительно двух последних равенств необходимо сделать те же существенные замечания, которые мы сделали относительно равенства (25), а именно: эти равенства приближенно верны лишь в том случае, когда поперечное сечение длинного пояса дефор-

мации близко к квадратному, т. е. когда отношение  $\frac{l_c}{b_c}$  значительно больше единицы, если же это отношение значительно больше единицы, то длина ( $l'_c$ ) передней зоны определяется по равенству (25 bis), т. е.  $l'_c = h_1$ .

Необходимо отметить, что скольжение при сжатии в длинном поясе деформации имеет лишь теоретический интерес, в обычных же практических условиях прокатки оно не встречается. Заканчивая на этом изучение скольжения, перейдем к выяснению и определению величины опережения.

Далее выясним необходимую нам в дальнейшем длину передней зоны ( $l'_c$ ) пояса деформации, которая, как это легко видеть из фиг. 12, выражается следующим равенством:

$$l'_c = h_1 + l_1.$$

Подставляя в последнее равенство, на место  $l_1$ , его выражение из равенства (26) и зная, что

$$h_c - h_1 = \frac{1}{2} \Delta h,$$

получим:

$$l'_c = \frac{1}{2} \cdot (l_c - \Delta h). \quad (27)$$

магии близко к квадратному, т. е. когда отношение  $\frac{l_c}{b_c}$  значительно больше единицы, если же это отношение значительно больше единицы, то длина ( $l'_c$ ) передней зоны определяется по равенству (25 bis), т. е.  $l'_c = h_1$ .

Необходимо отметить, что скольжение при сжатии в длинном поясе деформации имеет лишь теоретический интерес, в обычных же практических условиях прокатки оно не встречается.

Заканчивая на этом изучение скольжения, перейдем к выяснению и определению величины опережения.

### 3. НАХОЖДЕНИЕ ВЕЛИЧИНЫ ОПЕРЕЖЕНИЯ ПРОКАТЫВАЕМОЙ ПОЛОСЫ

При решении количественной стороны вопроса опережения примем следующее положение: *непосредственное действие валков не может сообщить частицам на контактной поверхности скорость больше окружной скорости валков, или, другими словами, не может создать скольжения при опережении.*

Мы затрудняемся дать чисто теоретическое обоснование вышеприведенного положения, и вводим его потому, что, во-первых, оно не противоречит принципам механики; во-вторых, полезно нам при изучении опережения, и, наконец, самое главное, все полученные из него выводы подтверждаются опытами. В виду этого вышеприведенное положение мы можем рассматривать как определение понятия непосредственного действия валков или как допущение.

Из этого положения или определения непосредственного действия валков само собой вытекает, что скольжение при опережении создается только реакцией валков.

Далее, для решения поставленного здесь вопроса нам необходимо выяснить понятие наибольшего возможного опережения, создаваемого реакцией валков или сжатием. Вытяжка прокатываемой полосы при ее сжатии создается смещением частиц вперед в передней зоне и смещением частиц назад в задней зоне пояса деформации; соответственно этому коэффициент вытяжки при сжатии ( $\lambda_h$ ) можем разбить на два коэффициента, а именно: 1) коэффициент вытяжки в передней зоне, который обозначим через  $\lambda'_h$ , и 2) коэффициент вытяжки в задней зоне пояса деформации, который, очевидно, будет равен  $\frac{\lambda_h}{\lambda'_h}$ . Но так как опережение при

сжатии создается вытяжкой в передней зоне пояса деформации, то, чтобы определить максимальное возможное опережение, создаваемое сжатием, необходимо опережение полосы без вытяжки в передней зоне предположить равным нулю, или, другими словами, принять скорость полосы, равной окружной скорости ( $V$ ) валков; при этом условии действительная скорость ( $C_1$ ) полосы, принимая во внимание вытяжку ее в передней зоне, очевидно, выразится следующим равенством:

$$C_1 = \lambda'_h V.$$

Отсюда получим следующее наибольшее возможное опережение, создаваемое сжатием или реакцией валков:

$$\frac{C_1 - V}{V} = \lambda'_h - 1. \quad (28)$$

В дальнейшем, ради краткости, опережение, определяемое последним равенством, будем называть „опережением сжатия“.

Теперь перейдем к изучению величины опережения, при этом рассмотрим два отдельных случая, а именно:

*первый случай*, когда  $h_1 \leq \frac{1}{2} l_c$  в широком поясе деформации, или  $h_1 \leq \frac{1}{2} b_c$  в длинном поясе деформации;

*второй случай*, когда  $h_1 \geq \frac{1}{2} l_c$  в широком поясе деформации, или  $h_1 \geq \frac{1}{2} b_c$  в длинном поясе деформации.

*Первый случай.*

На основании принятого нами положения, или определения действия валков докажем, что в данном случае опережение (i) прокатываемой полосы не может быть больше опережения сжатия, т. е.:

$$i \leq \lambda'_h - 1. \quad (29)$$

В самом деле, если мы примем  $i > \lambda'_h - 1$ , то опережение, выражаемое разностью:  $i - (\lambda'_h - 1)$ , будет либо вновь возбуждать скольжение, когда  $h_c > \frac{1}{2} l_c$ , либо увеличивать имеющееся скольжение, когда  $h_c < \frac{1}{2} l_c$ .

Принимая же во внимание, что эту разность опережений может создать только непосредственное действие валков, ибо  $\lambda_h - 1$  есть максимальное опережение сжатия, — приходим к выводу, что непосредственное действие валков создает скольжение при опережении, что противоречит принятому определению непосредственного действия валков.

В дополнение к этому докажем еще, что опережение прокатываемой полосы в данном случае, при нормальных условиях прокатки, не должно значительно отличаться от опережения сжатия; при этом отметим, что нормальными условиями прокатки мы называем такие, при которых не имеем явления буксования валков относительно любой части зажатого клина, или, другими словами, когда имеем взаимное смещение на контактной поверхности только вследствие деформации зажатого клина.

Принимая во внимание опережение, разделим пояс деформации сечением EE (фиг. 9), в котором скорость полосы и валков одинаковы, на две части—переднюю, опережающую валки, и заднюю, опережаемую валками. Очевидно, непосредственное действие валков будет только вдавливать передний, опережающий конец зажатого клина и возбуждать соответствующую реакцию валков, вследствие чего этот конец будет подвергаться прак-

тически только сжатию. Таким образом, мы убедились, что растяжение практически происходит только в опережаемом валками заднем конце пояса деформации. Ниже, в следующей главе, мы убедимся, что работа скольжения вследствие растяжения, при данной величине вытяжки будет тем меньше, чем короче конец, в котором происходит растяжение.

Отсюда легко догадаться, что, согласно закону наименьшего сопротивления, опережение прокатываемой полосы должно стремиться быть равным максимально возможному, т. е. в данном разбираемом случае — опережению сжатия ( $\lambda'_h - 1$ ).

Для опытной проверки полученных здесь выводов нам необходимо выяснить величину коэффициента вытяжки ( $\lambda'_h$ ) при сжатии в передней зоне пояса деформации, поэтому и займемся этим вопросом.

Согласно фиг. 13 имеем:

$$\frac{1}{2} \Delta' h = \frac{l_c^2}{D - \frac{1}{2} \Delta' h},$$

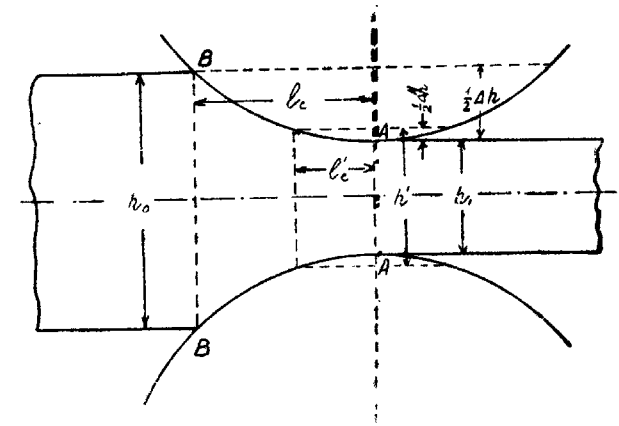
$$\frac{1}{2} \Delta h = \frac{l_c^2}{D - \frac{1}{2} \Delta h}.$$

Отсюда:

$$\Delta' h = \frac{D - \frac{1}{2} \Delta h}{D - \frac{1}{2} \Delta' h} \cdot \left( \frac{l_c}{l_c} \right)^2 \cdot \Delta h.$$

Принимая во внимание, что обжатия  $\Delta h$  и  $\Delta' h$  всегда значитель-

но меньше диаметра валка, член  $\frac{D - \frac{1}{2} \Delta h}{D - \frac{1}{2} \Delta' h}$  — будет очень близок



Фиг. 13



к единице. Принимая этот член приближенно равным единице, получим следующее простое (приближенное) соотношение между обжатием в передней зоне пояса деформации и всем обжатием:

$$\Delta' h = \left(\frac{l'_c}{l_c}\right)^2 \cdot \Delta h. \quad (30)$$

Далее, для обжатия имеем следующее выражение:

$$\Delta h = h_0 - h_1 = \left(\frac{1}{\eta} - 1\right) h_1.$$

Соответственно этому, для обжатия в передней зоне пояса деформации имеем:

$$\Delta' h = (h' - h_1) = \left(\frac{1}{\eta'_h} - 1\right) h_1,$$

где  $\frac{1}{\eta'_h} = \frac{h'}{h_1}$ .

Кстати отметим, ради ясности, что в выражении для обжатия ( $\Delta' h$ ) коэффициент уменьшения высоты нами взят с индексом  $h$  потому, что в передней зоне пояса деформации будем иметь практически только деформацию сжатия, как это было выяснено нами раньше, при этом, ради точности, считаем необходимым указать, что длина передней зоны ( $l'_c$ ) будет несколько отличаться от длины опережающей части, ибо скорость валков по направлению прокатки ( $V \cdot \cos \alpha$ ) возрастает с приближением угла  $\alpha$  к нулю; следовательно, надо полагать, что длина передней зоны будет несколько короче опережающего конца; отсюда — если в последнем практически происходит только сжатие, то в передней зоне безусловно, будет только деформация сжатия.

Подставляя в равенство (30), на место  $\Delta' h$  и  $\Delta h$ , их значения из последних двух равенств, получим следующее выражение для коэффициента изменения высоты в передней зоне пояса деформации:

$$\frac{1}{\eta'_h} - 1 = \left(\frac{l'_c}{l_c}\right)^2 \left(\frac{1}{\eta} - 1\right), \text{ или } \frac{1}{\eta'_h} = 1 + \left(\frac{l'_c}{l_c}\right)^2 \left(\frac{1}{\eta} - 1\right). \quad (31)$$

Далее, соотношение между  $\lambda'_h$  и  $\frac{1}{\eta'_h}$  будет выражаться таким же равенством, как и было выведено нами для  $\lambda_h$  и  $\frac{1}{\eta_h}$  в предшествующей главе (см. равенство 11), т. е.:

$$\lg \lambda'_h = m' \lg \frac{1}{\eta'_h}. \quad (32)$$

Множитель  $m'$  в последнем равенстве определяется размерами поперечного сечения передней зоны совершенно так же, как и в равенстве (11), т. е. по равенствам (12) и (13), при этом ширину (среднюю) передней зоны приближенно полагаем равной средней ширине ( $b_c$ ) всего пояса, а длину ( $l_c$ ) для расчета мы должны взять равной удвоенной длине ( $2l'_c$ ) передней зоны, и в широком поясе можем приближенно считать равной длине ( $l_c$ ) пояса, а в длинном поясе — равной ширине ( $b_c$ ).

Отсюда будем иметь:

1) в длинном поясе деформации, согласно равенству (12):

$$m' = \frac{1}{3}, \quad (33)$$

2) в широком поясе деформации, согласно равенству (13):

$$m' = 1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{l_c}{b_c}. \quad (34)$$

Приведем еще более простое приближенное равенство для  $\lambda'_h$ , которое получаем из равенства (32) следующим образом: зная, что  $\frac{1}{\eta'_h}$  всегда незначительно больше единицы, заменим в этом равенстве  $\lg \frac{1}{\eta'_h}$  на  $\frac{1}{\eta'_h} - 1$  и соответственно  $\lg \lambda'_h$  на  $\lambda'_h - 1$ .

Сделав соответственно этому подстановку, получим:

$$\lambda'_h - 1 = m' \left(\frac{1}{\eta'_h} - 1\right), \quad (35)$$

или, подставив равенство (31), имеем:

$$\lambda'_h - 1 = m' \left(\frac{l_c}{l_c}\right)^2 \left(\frac{1}{\eta} - 1\right). \quad (36)$$

Приведем два примера на расчет опережения сжатия, один — в широком поясе деформации, а второй — в длинном.

*Пример 1-й.* Дано: начальные размеры поперечного сечения полосы:  $h_0 = 3,94$  мм,  $b_0 = 47,81$  мм; конечные размеры:  $h_1 = 2,20$  мм,  $b_1 = 48,89$  мм; диаметр прокатных валков:  $D = 200$  мм. Требуется: рассчитать максимальное опережение сжатия ( $\lambda'_h - 1$ ).

Для этого мы сначала определяем длину, ширину и высоту пояса деформации:

$$l_c = \sqrt{0,5 \Delta h D} = \sqrt{0,5 \cdot 1,74 \cdot 200} = 13,17 \text{ мм},$$

$$b_c = \frac{b_0 + b_1}{2} = \frac{47,81 + 48,89}{2} = 48,35 \text{ мм},$$

$$h_c = \frac{h_0 + h_1}{2} = \frac{3,94 + 2,20}{2} = 3,07 \text{ мм}.$$

Заметим, что в данном примере имеем широкий пояс деформации, в котором  $h_c < \frac{1}{2} b_c$ .

Длина передней зоны пояса деформации, согласно равенству (27), будет:

$$l'_c = \frac{1}{2} (l_c - \Delta h) = \frac{1}{2} (13,17 - 1,74) = 5,72 \text{ мм}.$$

Коэффициент уменьшения высоты составит:

$$\frac{1}{\eta} = \frac{h_0}{h_1} = \frac{3,94}{2,20} = 1,791.$$

Множитель  $m'$  определим по равенству (34).

$$m' = 1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{l_c}{b_c} = 1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{13,17}{48,35} = 0,818.$$

Коэффициент уменьшения высоты в передней зоне пояса деформации вычислим по равенству (31):

$$\frac{1}{\eta_h} = 1 + \left(\frac{l'_c}{l_c}\right)^2 \left(\frac{1}{\eta} - 1\right) = 1 + \left(\frac{5,72}{13,71}\right)^2 (1,791 - 1) = 1,1165.$$

Опережение сжатия найдем в первом случае по равенству (32):

$$\lg \lambda'_h = m' \lg \frac{1}{\eta_h} = 0,818 \lg 1,1165 = 0,0390; \lambda'_h - 1 = 0,094,$$

а во втором случае по равенству (35):

$$\lambda'_h - 1 = m' \left(\frac{1}{\eta'_h} - 1\right) = 0,818 (1,1165 - 1) = 0,0955.$$

Из этого примера видим, что опережение сжатия, рассчитанное по приближенному равенству (35)—незначительно больше опережения сжатия по равенству (32), и разность составляет:  $\frac{0,955 - 0,940}{0,940} \cdot 100 = 1,6\%$ .

На этом примере легко убедиться, что оба равенства будут давать разность тем меньше, чем меньше  $\frac{1}{\eta_h}$ , и наоборот.

Необходимо отметить, что действительное опережение прокатываемой полосы, полученное из опыта при прокатке свинцовой полосы, составило:  $i = 0,835$ , что составляет  $\frac{8,035}{0,940} \cdot 100 = 89\%$  опережения сжатия.

*Пример 2-й.* Дано: начальные размеры поперечного сечения полосы:  $h_0 = 6,72$  мм,  $b_0 = 8,47$  мм; конечные размеры полосы:  $h_1 = 3,85$  мм,  $b_1 = 10,93$  мм; диаметр прокатных валков:  $D = 200$  мм. Требуется: рассчитать опережение сжатия ( $\lambda'_h - 1$ ).

Определяем длину, ширину и высоту пояса деформации:

$$l_c = \sqrt{0,5 \Delta h D} = \sqrt{0,5 (6,72 - 3,85) 200} = 16,88 \text{ мм},$$

$$b_c = \frac{b_0 + b_1}{2} = \frac{8,47 + 10,94}{2} = 9,76 \text{ мм},$$

$$h_c = \frac{h_0 + h_1}{2} = \frac{6,72 + 3,85}{2} = 5,28 \text{ мм}.$$

Заметим, что в этом примере имеем длинный пояс деформации, в котором  $h_1 < \frac{1}{2} b_c$  и  $h_c > \frac{1}{2} b_c$ , при чем отношение  $\frac{l_c}{b_c}$  значительно больше единицы:  $\frac{16,88}{9,76} = 1,74$ .

Длину передней зоны ( $l'_c$ ), принимая во внимание, что отношение  $\frac{l_c}{b_c}$  значительно больше единицы,—определим по равенству (25bis):

$$l'_c = \frac{1}{2} b' = \frac{10,94}{2} = 5,47 \text{ мм}.$$

Коэффициент уменьшения высоты составит:

$$\frac{1}{\eta} = \frac{h_0}{h'} = \frac{6,72}{3,85} = 1,745.$$

Множитель  $m'$  определим по равенству (33):

$$m' = \frac{1}{3}.$$

Коэффициент уменьшения высоты в первой зоне пояса деформации определяем по равенству (37):

$$\frac{1}{\eta'_h} = 1 + \left(\frac{l'_c}{l_c}\right)^2 \left(\frac{1}{\eta} - 1\right) = 1 + \left(\frac{5,47}{16,88}\right)^2 (1,745 - 1) = 1,0782.$$

Опережение сжатия для первого случая найдем по равенству (32):

$$\lg \lambda'_h = m' \lg \frac{1}{\eta'_h} = \frac{1}{3} \lg 1,0782 = 0,010, \lambda'_h - 1 = 0,0256,$$

для второго случая по равенству (35):

$$\lambda'_h - 1 = m' \left(\frac{1}{\eta'_h} - 1\right) = \frac{1}{3} (1,0782 - 1) = 0,0260.$$

Отсюда видим, что опережение сжатия, рассчитанное по приближенному равенству (35), больше опережения сжатия, рассчитанного по равенству (32), на  $\frac{0,0260 - 0,0256}{0,0256} \cdot 100 = 1,55\%$ .

Необходимо отметить, что опыт этого примера дал опережение полосы, равное 0,0216, отсюда действительное опережение составляет:

$$\frac{0,0216}{0,0256} \cdot 100 = 84,5\%.$$

В заключение выясненного нами первого случая, ниже помещаем таблицы 3, 4, 5, 6 и 7, в которых приведены данные опытов на опережение, произведенных сотрудниками Уральского института металлов—инженерами М.Р. Шнейдеровым и П.В. Верещагиным, при чем в первых четырех таблицах имеем широкий пояс деформации, а в последней таблице — длинный пояс деформации.

С целью опытного исследования опережения, на каждом из валков лабораторного дуо-стана, диаметр коих:  $D = 200$  мм, были простроганы по образующим поверхностям четыре бороздки в расстоянии  $\frac{1}{4}$  окружности друг от друга. Эти бороздки штамповывали на прокатываемых свинцовых полосах соответствующие выступающие гребни во всю ширину покрываемой полосы—на нижней и верхней сторонах ее. Расстояния между гребнями измерялись, и средняя арифметическая этих расстояний на нижней стороне обозначена в таблицах через  $l_n$ , а на верхней — через  $l_n$ .

Опережение ( $i$ ) полосы вычислялось по равенству:

$$i = \frac{l_n - 157}{157}.$$

Далее, в таблицах приведено опережение сжатия ( $\lambda'_h - 1$ ), а также величины, необходимые для его расчета, при чем это опережение, ради упрощения вычислений, рассчитывалось по приближенному избыточному равенству (35). Длина ( $l'_c$ ) передней зоны рассчитывалась в опытах с широким поясом деформации при  $h_c \geq \frac{1}{2} l_c$  по равенству (25), а при  $h_c \leq \frac{1}{2} l_c$  — по равенству (27); в опытах же с длинным поясом деформации — по равенству (25bis), так как во всех опытах этой таблицы отношение  $\frac{l_c}{b_c}$  значительно больше единицы.

В последнем столбце таблиц приведено кратное сравнение действительного опережения ( $i$ ) и опережения сжатия ( $\lambda'_h - 1$ ).

Таблицы 3 и 4 дают данные прокатки одной полосы с небольшими коэффициентами высоты ( $\frac{1}{\eta} = 1,2$  до  $1,4$ ) и при небольших углах захвата (значительно меньше угла трения); таким образом, в этих таблицах имеем нормальную прокатку полосы (без частичного буксования). Для выяснения влияния окружающей скорости валков на опережение, полоса прокатывалась очень медленно (вращение валков вручную посредством маховика).

Результаты медленной прокатки приведены в таблице 3; результаты же прокатки полосы обычным способом (привод от мотора) с окружной скоростью, равной  $1,2$  м/сек., приведены в таблице 4.

Среднее отношение  $E = \frac{i}{\lambda'_h - 1}$  — в обеих таблицах практически одинаково, а именно:

$$\frac{i}{\lambda'_h - 1} = \sim 0,8, \text{ или: } i = 0,8(\lambda'_h - 1).$$

Приведенные опыты убеждают нас в том, что при нормальных условиях прокатки, когда угол захвата меньше угла трения, окружная скорость валков не влияет на опережение.

Далее, из таблиц 3 и 4 видим, что с увеличением отношения  $\frac{l_c}{h_c}$  отношение  $\frac{i}{\lambda'_h - 1}$  незначительно уменьшается; при этом, если примем во внимание, что с увеличением отношения  $\frac{l_c}{h_c}$  скольжение на контактных поверхностях также возрастает, приходим к выводу, что с увеличением скольжения, вследствие сжатия, отношение  $\frac{i}{\lambda'_h - 1}$  незначительно уменьшается.

Ради точности, считаем необходимым отметить, что таблицы 3 и 4 не дают правильного уменьшения коэффициента  $E_h$  с увеличением отношения  $\frac{l_c}{h_c}$ , что можно объяснить, с одной стороны, неточностью опытов, а с другой стороны, незначительным влиянием такого фактора, как отношение  $\frac{l_c}{h_c}$ , на

Таблица 3

Результаты опытов прокатки свинцовых полос (диаметр валков — 200 мм)

№ опыта	$l_h$ (мм)	$l_{h1}$ (мм)	$h_0$ (мм)	$h_1$ (мм)	$h_c$ (мм)	$b_0$ (мм)	$b_1$ (мм)	$b_c$ (мм)	$l_c$ (мм)	$\frac{l_c}{h_c}$	$\alpha_0$	$\frac{1}{\eta}$	$l'_c$ (мм)	$\frac{1}{\eta_h}$	$m'$	$\lambda'_h - 1$	$E_h = \frac{i}{\lambda'_h - 1}$
1	163,3	163,5	163,4	7,62	5,88	44,75	45,32	45,04	13,17	1,95	7°34'	1,296	5,88	1,0592	0,805	0,0477	0,855
2	162,5	162,6	162,5	5,37	45,32	45,37	45,41	46,37	10,08	1,88	5°47'	1,210	4,86	1,0491	0,852	0,0420	0,835
3	163,5	163,7	163,6	4,27	45,41	45,87	45,87	45,84	10,83	2,54	6°13'	1,321	4,45	1,0642	0,842	0,0456	0,920
4	161,6	161,5	161,6	3,41	45,87	45,87	45,87	45,87	7,55	2,15	4°13'	1,172	3,40	1,0370	0,893	0,0390	0,890
5	162,9	162,5	162,7	2,84	45,87	46,14	46,00	46,00	7,73	2,72	4°26'	1,286	3,57	1,0505	0,888	0,0447	0,812
6	164,8	164,1	164,5	2,19	46,14	46,16	46,15	46,15	8,37	4,06	4°48'	1,380	3,84	1,0715	0,872	0,0625	0,700
7	162,7	162,2	162,5	1,66	46,16	46,16	46,35	46,35	5,99	3,61	3°26'	1,243	2,74	1,0547	0,914	0,0600	0,745
8	164,4	163,9	164,1	1,31	46,04	46,04	46,11	46,11	5,81	4,44	3°20'	1,298	2,81	1,0662	0,916	0,0605	0,745
9	164,4	164,1	164,2	1,14	46,18	46,18	46,11	46,11	5,09	5,03	2°55'	1,295	2,42	1,0666	0,927	0,0620	0,737
Среднее из всех опытов — 0,806																	

Таблица 4

Результаты опытов прокатки свинцовых полос (диаметр валков — 200 мм)

№ опыта	$l_h$ (мм)	$l_{h1}$ (мм)	$h_0$ (мм)	$h_1$ (мм)	$h_c$ (мм)	$b_0$ (мм)	$b_1$ (мм)	$b_c$ (мм)	$l_c$ (мм)	$\frac{l_c}{h_c}$	$\alpha_0$	$\frac{1}{\eta}$	$l'_c$ (мм)	$\frac{1}{\eta_h}$	$m'$	$\lambda'_h - 1$	$E_h = \frac{i}{\lambda'_h - 1}$
1	162,6	163,0	162,8	7,60	6,00	44,97	45,37	45,17	12,62	1,86	7°15'	1,267	6,00	1,0605	0,814	0,0493	0,750
2	162,5	162,3	162,4	6,00	4,86	45,37	45,83	45,60	10,65	1,93	6°07'	1,235	4,86	1,0487	0,844	0,0411	0,835
3	163,0	162,9	162,9	4,86	3,90	45,83	45,94	45,89	9,79	2,54	5°37'	1,246	4,42	1,0504	0,858	0,0431	0,870
4	163,8	162,6	162,8	3,90	3,15	45,94	46,23	46,08	8,66	2,45	4°58'	1,238	3,95	1,0495	0,875	0,0433	0,865
5	163,8	163,2	163,5	3,15	2,50	46,23	46,25	46,26	8,05	2,84	4°37'	1,260	3,70	1,0548	0,884	0,0455	0,865
6	164,1	164,7	164,4	2,50	1,86	46,25	46,37	46,28	7,99	3,66	4°35'	1,344	3,68	1,0735	0,885	0,0650	0,725
7	163,3	163,0	163,2	1,86	1,47	46,37	46,37	46,34	6,25	3,74	3°35'	1,265	2,97	1,0600	0,910	0,0545	0,725
8	164,3	164,4	164,3	1,47	1,16	46,37	46,52	46,44	5,55	4,17	3°11'	1,267	2,81	1,0595	0,922	0,0560	0,845
9	165,5	165,5	165,5	1,16	0,84	46,52	46,92	46,72	5,64	5,64	2°14'	1,331	2,66	1,0845	0,920	0,0777	0,697
Среднее из всех опытов — 0,795																	

Таблица 5

Результаты опытов прокатки свинцовых полос (диаметр валков — 200 мм.)

№№ опы-тов	$l_n$ (мм)	$l_k$ (мм)	$i = \frac{l_k}{157} - 1$	$h_0$ (мм)	$h_1$ (мм)	$h_c$ (мм)	$b_0$ (мм)	$b_1$ (мм)	$b_c$ (мм)	$l_c$ (мм)	$\frac{l_c}{h_c}$	$\alpha_0$	$\frac{1}{\eta}$	$\frac{1}{\eta}$ (мм)	$m'$	$\lambda'_n - 1$	$E_n = \frac{i}{\lambda'_n - 1}$
1	166,0	166,6	0,0698	8,07	5,25	6,66	49,33	51,03	50,22	16,73	2,51	9°38'	1,537	6,96	1,0680	0,777	0,0722
2	166,5	166,8	0,610	5,25	3,48	4,37	51,03	51,57	51,30	13,40	3,06	7°42'	1,509	6,81	1,096	0,826	0,0792
3	168,8	169,3	0,0765	3,48	2,21	2,85	51,57	51,60	51,59	11,26	3,95	6°48'	1,575	5,00	0,1138	0,855	0,0875
4	167,3	167,2	0,0650	2,21	1,50	1,86	51,60	51,66	51,63	8,43	4,53	4°50'	1,473	3,85	1,0990	0,891	0,0882
5	168,6	168,7	0,0745	1,50	1,06	1,28	51,66	51,66	51,66	7,06	5,50	4°03'	1,500	3,31	1,1100	0,909	0,1090
Среднее из всех опытов — 0,760																	

Таблица 6

Результаты опытов прокатки свинцовых полос (диаметр валков — 200 мм.)

№№ опы-тов	$l_n$ (мм)	$l_k$ (мм)	$i = \frac{l_k}{157} - 1$	$h_0$ (мм)	$h_1$ (мм)	$h_c$ (мм)	$b_0$ (мм)	$b_1$ (мм)	$b_c$ (мм)	$l_c$ (мм)	$\frac{l_c}{h_c}$	$\alpha_0$	$\frac{1}{\eta}$	$\frac{1}{\eta}$ (мм)	$m'$	$\lambda'_n - 1$	$E_n = \frac{i}{\lambda'_n - 1}$
1	167,4	168,2	0,0690	6,98	3,93	5,46	44,93	47,81	46,37	17,36	3,18	10°00'	1,771	7,16	1,1310	0,751	0,0485
2	172,0	173,0	0,0985	3,93	2,20	3,07	47,81	48,89	48,35	13,17	4,25	7°34'	1,791	5,72	1,1495	0,819	0,1226
3	171,6	171,3	0,0900	3,87	2,06	2,98	48,71	49,51	49,11	13,43	4,50	7°43'	1,879	5,80	1,1640	0,818	0,1340
4	173,6	173,6	0,1055	2,06	1,12	1,59	49,51	49,57	49,54	9,67	6,10	5°33'	1,840	4,36	1,1710	0,870	0,1485
5	171,4	171,6	0,0980	1,12	0,61	0,87	49,57	49,98	49,75	6,99	8,05	4°05'	1,836	3,23	1,1790	0,907	0,1625
6	178,9	178,4	0,1875	2,17	0,87	1,52	49,07	50,83	49,95	11,38	7,50	6°30'	2,494	5,04	1,2970	0,849	0,2470
Среднее из всех опытов — 0,703																	

соотношение между действительным опережением и максимальным опережением сжатия. В таблице 5 приведены результаты опытов со средним коэффициентом высоты  $\left(\frac{1}{\eta} = 1,5 \text{ до } 1,6\right)$ , а в таблице 6 — результаты с большим коэффициентом высоты  $\left(\frac{1}{\eta} > 1,6\right)$ .

В обоих случаях валки приводились во вращение обычным способом.

Сравнивая средние отношения  $\left(E_n = \frac{i}{\lambda'_n - 1}\right)$ , данные в таблицах 5 и 6, между собой, а также с таковыми в предшествующих двух таблицах (3 и 4) — видим, что это отношение уменьшается с увеличением коэффициента высоты  $\left(\frac{1}{\eta}\right)$ . Ради точности отметим, что на это уменьшение влияет также и отношение  $\frac{l_c}{h_c}$ ,

так как оно в среднем неодинаково во всех приведенных таблицах, а именно: в таблице 6 больше, чем в таблице 5, а в последней больше, чем в таблицах 3 и 4, но уменьшение отношения

$E_n = \frac{i}{\lambda'_n - 1}$  с возрастанием коэффициента  $\frac{1}{\eta}$  заметно, если мы равняем опыты с одинаковым отношением  $\frac{l_c}{h_c}$ , но с разными коэффициентами высоты  $\left(\frac{1}{\eta}\right)$ .

Причина влияния коэффициента высоты  $\left(\frac{1}{\eta}\right)$  на коэффициент  $E_n$  та же, что и влияния отношения  $\frac{l_c}{h_c}$ ; в самом деле, чем больше коэффициент изменения высоты, тем больше разность между отношениями  $\frac{l_c}{h_1}$  и  $\frac{l_c}{h_0}$ , а следовательно, тем больше разность между сопротивлениями скольжения в передней и задней зонах пояса деформации, т. е. тем больше будем иметь сопротивление скольжения в передней зоне в сравнении с таковым же в задней зоне; отсюда само собой понятно, что с увеличением коэффициента высоты  $\left(\frac{1}{\eta}\right)$  смещение частиц вперед от сжатия должно сравнительно уменьшаться, за счет чего смещение их назад возрастет; соответственно этому длина задней зоны должна возрасти за счет уменьшения длины передней зоны пояса деформации.

Таким образом, из таблиц имеем:  $i = E_n (\lambda'_n - 1)$ , где коэффициент  $E_n$ , согласно опытам, зависит от отношения  $\frac{l_c}{h_c}$  и коэффициента  $\frac{1}{\eta}$ , а именно:  $E_n$  уменьшается с возрастанием  $\frac{l_c}{h_c}$  и  $\frac{1}{\eta}$ ; при уве-

личении  $\frac{l_c}{h_c}$  до 8,5, а  $\frac{1}{\eta}$  — до 2 — коэффициент  $E_h$  изменяется в пределах от 1 до 0,7.

Далее, нами выяснено, что коэффициент  $E_h$  уменьшается с возрастанием  $\frac{l_c}{h_c}$  и  $\frac{1}{\eta}$  вследствие того, что длина  $l'_c$  передней зоны пояса деформации, рассчитанная по равенствам (25) и (27), будет больше действительной ее длины. Отсюда, принимая во внимание, что длина  $l'_c$  входит в равенство (35) в квадрате, — легко понять, что действительная длина передней зоны выразится следующими равенствами:

$$1) \text{ при } h_c > \frac{1}{2} l_c: \quad (37)$$

$$l'_c = h_1 \sqrt{E_h};$$

$$2) \text{ при } h_c < \frac{1}{2} l_c:$$

$$l'_c = \frac{1}{2} (l_c - \Delta h) \sqrt{E_h}. \quad (38)$$

Само собой понятно, что при расчете длины ( $l'_c$ ) по последним равенствам, опережение сжатия, рассчитанное по равенству (35), будет равно действительному опережению полосы, т. е.:

$$i = \lambda'_h - 1.$$

Принимая во внимание, что функциональная зависимость коэффициента  $E_h$  от  $\frac{l_c}{h_c}$  и  $\frac{1}{\eta}$  не точно исследована, а также что  $\sqrt{E_h}$  входящий в последнее равенство, незначительно изменяется, — в пределах изменения:  $\frac{1}{\eta}$  до 2, и  $\frac{l_c}{h_c}$  до 10, — в дальнейшем будем пользоваться для длины ( $l'_c$ ) равенствами (25) и (27).

В заключение приводим таблицу 7, в которой даны результаты опытов на опережение прокатываемой полосы с длинным поясом деформации.

Отношение  $\frac{i}{\lambda'_h - 1}$  и зависимость его от отношения  $\frac{b_1}{h_1}$  такие же, как и в широком поясе деформации. Кстати отметим, что последний опыт дал отношение  $\frac{i}{\lambda'_h - 1}$  меньше, чем в предшествующем опыте (3), а между тем отношение  $\frac{b_1}{h_1}$  в этом случае меньше, а следовательно,  $\frac{i}{\lambda'_h - 1}$  должно быть больше, чем у предыдущего; это отступление объясняется тем, что в последнем опыте, в виду большого угла захвата, было частичное буксование валков.

Результаты опытов прокатки свинцовых полос (диаметр валков—200 мм)

№ опыта	№ топов	$l_{II}$ (мм)	$l_{III}$ (мм)	$l_s$ (мм)	$i = \frac{l_s}{157} - 1$	$h_0$ (мм)	$h_1$ (мм)	$h_c$ (мм)	$b_0$ (мм)	$b_1$ (мм)	$b_2$ (мм)	$b_3$ (мм)	$\frac{b_1}{h_1}$	$\frac{l_c}{h_c}$ (мм)	$\frac{l_c}{h_c}$	$\alpha_0$	$\frac{1}{\eta}$	$l'_c$ (мм)	$\frac{1}{\eta h}$	$m'$	$\lambda'_h - 1$	$i = \frac{1}{\lambda'_h - 1} E_h$		
																						0,760	0,808	0,827
1	1	161,9	162,0	162,0	0,0809	4,80	2,80	3,80	9,34	11,70	10,52	4,20	1,34	14,14	1,34	8°08'	1,714	5,85	1,1220	0,333	0,0407	0,760		
2	2	162,0	162,0	162,0	0,0819	10,13	3,74	6,93	8,76	12,99	10,88	3,47	2,30	25,07	2,30	14°31'	2,708	6,50	1,1193	0,333	0,0398	0,808		
3	3	160,2	160,5	160,4	0,0216	6,72	3,85	5,28	8,47	10,94	9,76	2,84	1,73	16,88	1,73	9°43'	1,745	6,47	1,0782	0,333	0,0261	0,827		
4	4	161,7	161,7	161,7	0,0294	18,00	10,25	14,12	18,30	21,80	19,80	2,07	27,84	1,40	16°10'	1,756	10,65	1,1123	0,333	0,0378	0,775			

Таблица 7

**Второй случай.** Как выяснено выше, опережение сжатия ( $\lambda'_h - 1$ ) не может лимитировать опережение ( $i$ ) прокатываемой полосы, и последнее может быть больше первого ( $i > \lambda'_h - 1$ ), если непосредственное действие валков способно сообщать полосе опережение больше максимального опережения сжатия, что, как убедимся ниже, подтверждается и опытами. Следовательно, вопрос нахождения величины опережения в этом случае сводится к выяснению того опережения, которое непосредственное действие валков способно сообщить прокатываемой полосе.

Выше нами было выяснено, что непосредственное действие валков сообщает наибольшую скорость частицам в среднем сечении по высоте, а также было принято, как допущение, что оно не способно сообщить частицам на контактной поверхности скорость, большую окружной скорости.

Отсюда, принимая скорость частиц на контактной поверхности в сечении AA, равной окружной скорости валков, как предельную в данном случае, — для решения вопроса опережения нам необходимо найти закон возрастания скорости частиц по мере удаления их от контактной поверхности к середине толщины в сечении выхода, ибо, зная закон возрастания скорости, легко определить среднюю скорость частиц в сечении выхода, или, другими словами, скорость полосы при выходе из валков, а следовательно, и опережение полосы.

Таким образом, сущность решения вопроса опережения в данном случае заключается в определении закона возрастания скорости частиц в сечении выхода при удалении их от контактной поверхности к середине толщины; при этом необходимо сказать, что способ теоретического решения этого вопроса для нас пока неясен, ибо неясны общие принципы, которые должны быть положены в

основу решения этого вопроса; отсюда само собой понятно, что этот вопрос необходимо подвергнуть опытному исследованию, которое, несомненно, выяснит и те неясные сейчас для нас общие принципы, которые мы должны принять при теоретическом решении этого вопроса.

Мы не могли произвести опытного исследования на лабораторном стане по той причине, что исследование опережения в разбираемом случае требует прокатку полос со значительным отношением конечной толщины их к диаметру валков ( $\frac{h_1}{D}$ ); между тем конструкция лабораторного стана не дает возможности значительно раздвигать валки.

Кстати считаем необходимым привести здесь очень простое решение вопроса опережения, предложенное проф. Таффелем (Taffel). Мы не будем подробно останавливаться на рассуждениях проф. Таффеля, а приведем лишь основной принцип, принятый при решении этого вопроса, и полученный вывод, а именно: проф. Таффель рассматривает скорость полосы в сечении выхода, как скорость ремня, сбегаящего со шкива без скольжения, толщина которого (ремня) равна половине толщины выходящей из валков полосы, т. е. принимает, что верхняя половина полосы как бы наматывается без скольжения на верхний валок, а нижняя — на нижний, и обе эти половины взаимно выпрямляют друг друга; при этом, как легко убедиться, получается следующее простое выражение для опережения прокатываемой полосы:

$$i = \frac{1}{2} \cdot \frac{h_1}{D}. \quad (39)$$

Само собой понятно, что последнее равенство совершенно неприменимо в разобранным нами выше первом случае, где опережение создается реакцией валков или сжатием полосы; в этом нас убеждают результаты опытов, данные в приведенных выше таблицах, особенно опыты с тонкими полосами и большим коэффициентом высоты; например опыт 6-й, результаты которого указаны в таблице 6, дал при толщине полосы ( $h_1$ ), равной 0,87 мм, опережение ( $i$ ) равное 0,1875; между тем, ведя расчет по равенству (39),

в этом опыте опережение составит:  $i = \frac{h_1}{2D} = \frac{0,87}{2200} = 0,002175$ , т. е. в 85 раз меньше.

В разбираемом же случае прокатки, — в котором опережение создается главным образом непосредственным действием валков, увлекающим частицы металла во вращательное движение, — несомненно, отношение  $\frac{h_1}{D}$ , входящее в последнее равенство, будет главнейшим фактором, определяющим опережение прокатываемой полосы; при этом, ради ясности, считаем необходимым еще раз подчеркнуть, что отношение  $\frac{h_1}{D}$  будет главнейшим фактором опережения только тогда, когда последнее (опережение) создается главным образом непосредственным действием валков, или,

другими словами, когда опережение сжатия незначительно по сравнению с опережением полосы.

Приимая во внимание, что при  $h_1 \leq \frac{1}{2} l_c$  в широком поясе деформации, или  $h_1 \leq \frac{1}{2} b_c$  в длинном поясе деформации, опережение полосы определяется только опережением сжатия, — нам будет понятно, что если отношение  $\frac{2h_1}{l_c}$  в широком поясе деформации, или  $\frac{2h_1}{b_c}$  в длинном поясе деформации, будут близки к единице, то опережение сжатия играет значительную роль в создании опережения полосы; и наоборот — когда это отношение значительно больше единицы, опережение сжатия играет незначительную роль, и опережение полосы создается главным образом непосредственным действием валков, при чем фактором, определяющим величину опережения полосы, будет отношение  $\frac{h_1}{D}$ .

Таким образом, если отношение  $\frac{2h_1}{l_c}$  в широком поясе деформации, или  $\frac{2h_1}{b_c}$  в длинном поясе деформации, будет значительно больше единицы, то отношение  $\frac{h_1}{D}$  является практически единственным фактором, определяющим величину опережения прокатываемой полосы, и в этом случае последнее (опережение) можно выразить следующим равенством:

$$i = E_1 \frac{h_1}{D}. \quad (40)$$

Сравнивая последнее равенство с предшествующим, видим, что они будут одинаковы, если примем  $E_1 = \frac{1}{2}$ , поэтому докажем, что коэффициент  $E_1$  является переменной величиной, а не постоянной, как в равенстве (39), и убедимся в том, что опережение может возрастать с увеличением отношения  $\frac{h_1}{D}$  лишь до определенного (критического) значения его, а при дальнейшем увеличении отношения  $\frac{h_1}{D}$  (сверхкритического) опережение неизбежно должно уменьшаться.

С этой целью исследуем разность между скоростью полосы и скоростью валков по направлению прокатки, которую обозначим через  $\Delta V$ , т. е. примем:

$$\Delta V = C - V \cos \alpha. \quad (41)$$

Далее, в сечении ЕЕ (фиг. 9), имеем:

$$C' - V \cos \alpha' = 0. \quad (42)$$

Решим последнее уравнение относительно угла  $\alpha'$ , вполне определяющего сечение ЕЕ, для чего выразим скорость полосы ( $C'$ ) через окружную скорость и угол  $\alpha'$ .

Очевидно, скорость  $C' = \frac{\omega_1}{\omega'} C_1$ , где  $\omega'$  и  $\omega_1$  суть площади поперечного сечения полосы, соответственно, в сечении ЕЕ и в сечении АА, а  $C_1$  — скорость полосы в сечении выхода. Далее имеем:

$$C_1 = (1 + i)V,$$

$$\frac{\omega_1}{\omega'} = \frac{b_1}{b'} \cdot \frac{h_1}{h'}.$$

Принимая во внимание, что закон изменения ширины по длине пояса деформации очень сложен и что это изменение незначительно, примем приближенно:

$$\frac{b_1'}{b} \sim 1.$$

Отсюда, при принятом приближении, будем иметь:

$$\frac{\omega_1}{\omega'} \sim \frac{h_1}{h'}.$$

Подставляя полученное выражение для  $C_1$  и  $\frac{\omega_1}{\omega'}$  в предшествующее равенство, получим следующее выражение для скорости полосы:

$$C' = \frac{h_1}{h'} \cdot (1 + i)V.$$

Далее, очевидно:

$$h' = h_1 + \Delta' h,$$

где  $\Delta' h$ , как легко видеть из фиг. 14:

$$\Delta' h = (1 - \cos \alpha') \cdot D.$$

Отсюда:

$$h' = h_1 + (1 - \cos \alpha') \cdot D.$$

Наконец, подставляя найденное значение в предшествующее равенство, для  $C'$  получим следующее искомое выражение через окружную скорость валков ( $V$ ) и угол ( $\alpha'$ ):

$$C' = \frac{h_1}{1 + \frac{h_1}{D} - \cos \alpha'} \cdot (1 + i)V.$$

Подставляя полученное выражение для скорости полосы в наше уравнение (42), получим его, после простых преобразований, в следующем виде:

$$\cos^2 \alpha' - \left(1 + \frac{h_1}{D}\right) \cdot \cos \alpha' + (1 + i) \cdot \frac{h_1}{D} = 0. \quad (42bis)$$

Последнее уравнение даст нам следующие два решения для угла  $\alpha'$ :

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha' &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{h_1}{D}\right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left(1 - \frac{h_1}{D}\right)^2 - i \frac{h_1}{D}} \\ \cos \alpha'_1 &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{h_1}{D}\right) - \sqrt{\frac{1}{4} \left(1 - \frac{h_1}{D}\right)^2 - i \frac{h_1}{D}} \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

Таким образом, будем иметь два сечения, в которых разность скоростей ( $\Delta V$ ) будет равна нулю; первое сечение (ЕЕ) (фиг. 14) будет находиться ближе к сечению выхода (АА); определяется оно главным образом опережением полосы. Если примем  $i = 0$ , то  $\alpha' = 0$ . Второе же сечение (Е<sub>1</sub>Е<sub>1</sub>) будет дальше от сечения выхода (АА) и зависит главным образом от отношения  $\frac{h_1}{D}$ , в чем легко убедиться, если примем  $i = 0$ , в этом случае получим:  $\cos \alpha'_1 = \frac{h_1}{D}$ , или  $\alpha'_1 = \arccos \frac{h_1}{D}$ .

Принимая во внимание, что разность скоростей ( $\Delta V$ ) обращается в нуль при двух значениях угла  $\alpha$ , мы должны принять, что эта разность, при некотором среднем значении  $\alpha'_2$  угла между  $\alpha'$  и  $\alpha'_1$ , будет иметь точку перегиба, в которой она (разность) будет иметь минимум.

Приравнявая первую производную уравнения (42bis) нулю, получим следующее выражение для угла  $\alpha'_1$ , соответствующего сечению Е<sub>2</sub>Е<sub>2</sub>, в котором разность скоростей ( $\Delta V$ ) достигает минимума (фиг. 14):

$$\cos \alpha'_2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{h_1}{D}\right), \text{ или } \alpha'_2 = \arccos \frac{1}{2} \left(1 + \frac{h_1}{D}\right). \quad (44)$$

Отсюда будем иметь картину изменения разности скоростей ( $\Delta V$ ), которая графически представлена на фиг. 14, где отрицательные значения разности ( $\Delta V$ ) отложены вниз от горизонтальной оси, а положительные — вверх.

Легко убедиться, что в обычных условиях прокатки, при которых всегда  $\frac{h_1}{D} < 0,7$ , углы  $\alpha'$  и  $\alpha'_2$  будут превышать возможные при прокатке углы захвата, а следовательно, сечения Е<sub>1</sub>Е<sub>1</sub> и Е<sub>2</sub>Е<sub>2</sub> будут вне пояса деформации, т. е. за сечением входа (ВВ), как это показано на фиг. 14. Когда же отношение  $\frac{h_1}{D} > 0,7$ , то эти сечения при больших углах захвата будут в пределах пояса деформации, при чем расстояние между сечениями ЕЕ и Е<sub>1</sub>Е<sub>1</sub> будет сильно уменьшаться с возрастанием отношения  $\frac{h_1}{D}$ , и при  $\frac{h_1}{D} = 1$  эти оба сечения сольются, как это легко убедиться из равенств для углов  $\alpha'$  и  $\alpha'_1$ . В самом деле, при отношении  $\frac{h_1}{D} = 1$  равенства (43) дадут:

$$\cos \alpha' = 1 + \sqrt{-i}, \text{ и } \cos \alpha'_1 = 1 - \sqrt{-i}.$$

Отсюда — действительное решение уравнения можем иметь при  $i \leq 0$ , а если возьмем верхний предел ( $i = 0$ ), то:

$$\cos \alpha' = \cos \alpha'_1 = 1, \text{ или } \alpha' = \alpha'_1 = 0.$$

Выясним механический смысл полученного нами странного, на первый взгляд, решения, при чем сначала выясним кинематический смысл его, а затем — динамический. Этот вывод мы получили из разбора чисто кинематических условий прокатки, а именно из уравнения (42), выражающего равенство скоростей полосы и

валков по направлению прокатки. Имея это в виду, нам будет понятен кинематический смысл этого решения, а именно: при отношении  $\frac{h_1}{D} = 1$  мы будем иметь только одно сечение, в котором разность скоростей полосы и валков будет равна нулю, и этим сечением является сечение выхода (AA), и вся кривая скоростей (фиг. 14) расположится выше оси ММ, касаясь ее только в точке сечения выхода; таким образом, в этом случае будем иметь только восходящую ветвь кривой опережения, при чем приращение опережения будет увеличиваться по мере удаления от сечения выхода (AA), или, другими словами, опережение полосы в пределах пояса деформации будет наибольшим в сечении входа (BB) полосы в валки.

Далее, если при отношении  $\frac{h_1}{D} = 1$  опережение  $i > 0$ , то будем иметь мнимое решение для  $\alpha'$ , которое показывает, что в этом случае не существует сечения, в котором разность скоростей полосы и валков будет равна нулю, и кривая разности скоростей будет иметь также только восходящую ветвь, и разница с предшествующей кривой, когда  $i = 0$ , заключается только в том, что кривая не касается оси ММ в точке сечения выхода.

Выяснив кинематический смысл полученного решения, нам необходимо еще решить следующий вопрос: возможно ли опережение прокатываемой полосы, когда отношение  $\frac{h_1}{D} = 1$ , с динамической точки зрения?

Имея в виду выясненные выше кинематические условия, к которым приводит опережение при  $\frac{h_1}{D} = 1$ , мы должны дать отрицательный ответ на поставленный выше вопрос, ибо эти кинематические условия дают наибольшее опережение в сечении входа (BB), где смещение частиц от сжатия направлено назад, и полоса не может опережать валки по динамическим условиям.

Таким образом, мы пришли к выводу, что при отношении  $\frac{h_1}{D} = 1$  полоса не может опережать валки, т. е. опережение  $i < 0$ .

Отсюда нам понятно, что существует определенный (критический) предел отношения  $\frac{h_1}{D}$ , начиная от которого, опережение полосы будет уменьшаться по мере возрастания этого отношения, или начиная от которого, коэффициент  $E_1$  в равенстве (40) будет уменьшаться с возрастанием отношения  $\frac{h_1}{D}$ .

В дополнение к этому выясним, как будет изменяться коэффициент  $E_1$  до критического отношения  $\frac{h_1}{D}$ . Мы знаем, что при  $\frac{2h_1}{l_c} \leq 1$  в широком поясе деформации, или  $\frac{2h_1}{b_c} \leq 1$  в длинном поясе деформации, опережение полосы всецело определяется опе-

режением сжатия ( $\lambda_1' - 1$ ); следовательно, когда  $\frac{2h_1}{l_c}$  в широком поясе деформации, или  $\frac{2h_1}{b_c}$  в длинном поясе деформации, незначительно больше единицы, то коэффициент  $E_1$  будет зависеть от тех же факторов, которые определяют опережение сжатия, т. е. от  $\frac{l_c}{h_c}$ ,  $m'$  и  $\frac{1}{\eta}$ , из которых первые два фактора зависят от формы пояса деформации.

Отсюда видим, что когда отношения  $\frac{2h_1}{l_c}$  и  $\frac{2h_1}{b_c}$  незначительно больше единицы, коэффициент  $E_1$  будет зависеть от формы пояса деформации и от коэффициента  $\frac{1}{\eta}$ , и величины его могут колебаться в широких пределах; при чем в случае отношения  $\frac{h_1}{D}$ , незначительного по величине, коэффициент  $E_1$  имеет значительную величину.

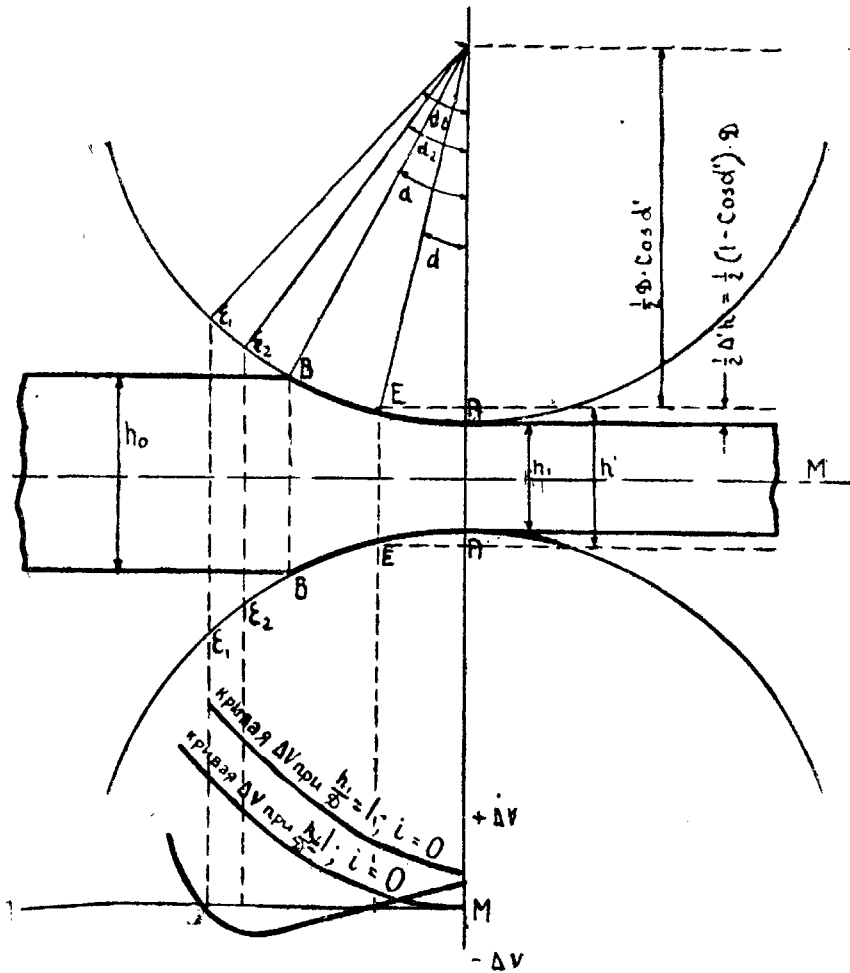
Далее, по мере возрастания  $\frac{2h_1}{l_c}$  в широком поясе деформации, или  $\frac{2h_1}{b_c}$  в длинном поясе деформации, опережение сжатия будет играть все меньшую роль в создании опережения полосы, а опережение, создаваемое непосредственным действием валков, наоборот, будет играть все большую роль; отсюда легко догадаться, что с увеличением указанных выше отношений коэффициент  $E_1$  будет стремиться к некоторой постоянной величине, при том условии, если бы опережение полосы создавалось исключительно только непосредственным вращательным движением валков. Здесь само собой напрашивается вопрос, какая же именно будет эта постоянная величина, к которой стремится коэффициент  $E_1$  до критического отношения  $\frac{h_1}{D}$ .

Этот вопрос, как упоминалось выше, теоретически решить мы не можем, но можем утверждать, что эта постоянная величина коэффициента  $E_1$  будет значительно меньше его величины в равенстве (39), т. е. значительно меньше половины единицы; в этом мы можем убедиться из следующих простых соображений.

Коэффициент  $E_1$  будет равен половине единицы при условии, если прокатываемую полосу разделим по среднему сечению ММ (фиг. 14) на две половины, и каждая из них будет наматываться на соответствующий валок без скольжения; далее, само собой понятно, что непосредственное действие валков неспособно создать такого (большого) опережения полосы, а следовательно, постоянная величина коэффициента  $E_1$  будет значительно меньше половины единицы.



Далее возникает второй вопрос, какой величины будет критическое отношение  $\frac{h_1}{D}$ , с возрастанием которого опережение уменьшается, или, что то же самое, коэффициент  $E_1$  уменьшается.



Фиг. 14

Этот вопрос мы тоже не можем решить теоретически. Однако надо предполагать, что критическое отношение  $\frac{h_1}{D}$  значительно меньше единицы, что оно, несомненно, зависит от формы пояса деформации и что оно будет тем меньше, чем больше отношение  $\frac{l_c}{b_c}$ .

Заканчивая на этом теоретическое изучение опережения (второй случай прокатки), приводим ниже таблицы опытов

на опережение в случаях прокатки, когда  $\frac{2h_1}{l_c} > 1$  в широком поясе деформации, или  $\frac{2h_1}{b_c} > 1$  в длинном поясе деформации.

Эти опыты проведены были на том же лабораторном стане, что и вышеприведенные опыты на опережение (первый случай прокатки); при чем считаем необходимым отметить, что результаты опытов не дают такого отчетливого подтверждения вышеизложенной теории опережения в разбираемом случае прокатки, какое мы имели в опытах первого случая. Это объясняется, во-первых, тем, что теория опережения при сжатии была разработана до опытного исследования, тогда как изложенная здесь теория опережения полосы под влиянием непосредственного действия валков была разработана после и на основании приведенных опытов, и, во-вторых, тем, что конструкция лабораторного стана не позволяла значительно раздвигать валки для прокатки более толстых полос.

В таблице 8 помещены результаты опытов с длинным поясом деформации, при чем, ради удобства изучения их, они расположены так, что отношение  $\frac{2h_1}{b_1}$  возрастает от первого опыта к последнему.

Результаты опытов, помещенные в таблице 8, в общем подтверждают изложенную выше теорию опережения (второй случай прокатки); в самом деле, во всех опытах коэффициент  $E_1$  больше единицы, отсюда — опережение сжатия составляет только часть опережения полосы вообще; следовательно, опережение полосы создается не только реакцией валков, но и непосредственным их действием; при чем, как это видно из таблицы 8, коэффициент  $E_1$  возрастает с увеличением отношения  $\frac{2h_1}{b_1}$ ; следовательно,

относительная величина опережения сжатия будет уменьшаться, а относительная величина опережения, создаваемая непосредственным действием валков, будет возрастать.

Вместе с этим таблица 8 показывает следующее изменение коэффициента  $E_1$ :

а) при  $\frac{2h_1}{b_1}$ , равном от 1 до 1,25, коэффициент  $E_1$  колеблется в пределах от 1,12 до 0,5, при чем на это колебание оказывает влияние  $\frac{1}{\eta}$ , и чем больше  $\frac{1}{\eta}$ , тем больше  $E_1$ ; это нам будет понятно, если мы примем во внимание, что коэффициент  $E_1$  в этом случае зависит от факторов опережения сжатия, что выяснено выше; кроме того, в длинном поясе деформации множитель  $m'$ , входящий в равенство (35 bis), является постоянным во всех опытах; следовательно, на опережение сжатия будут влиять только отношения  $\frac{l_c}{b_c}$  и  $\frac{1}{\eta}$ ,

Таблица 8

Результаты опытов прокатки свинцовых полос (диаметр валков—200 мм)

№ опыта	$l_c$ (мм)	$i = \frac{l_s}{157}$	$h_0$ (мм)	$h_1$ (мм)	$h_c$ (мм)	$h_c^0$ (мм)	$b_1$ (мм)	$b_c$ (мм)	$l_c$ (мм)	$\frac{l_c}{b_c}$	$\alpha_0$	$\frac{1}{\eta}$	$l'_c$ (мм)	$\frac{1}{\eta_h}$	$\lambda_h - 1$	$E_h$	$\frac{i}{\lambda_h - 1}$	$\frac{2h_1}{b_1}$	$\frac{h_1}{D}$	$E_1 = i \cdot \frac{h_1}{D}$
1	160,4	0,0213	10,36	4,80	7,58	6,08	9,34	7,72	23,68	3,06	13°38'	2,158	4,67	1,0459	0,0153	1,39	1,03	0,0190	1,120	
2	159,6	0,0164	8,76	5,20	6,98	7,60	9,24	8,42	18,87	2,24	10°53'	1,658	4,62	1,0410	0,0137	1,195	1,12	0,0260	0,630	
3	160,7	0,0230	11,84	6,08	8,96	7,30	10,36	9,83	24,00	2,44	13°53'	1,947	5,18	1,0440	0,0146	1,575	1,17	0,0304	0,755	
4	160,9	0,0246	12,80	6,60	10,70	12,80	14,70	13,75	20,49	1,49	11°50'	1,480	7,35	1,0615	0,0205	1,209	1,17	0,0430	0,572	
5	161,0	0,0248	14,00	7,30	10,65	8,80	11,84	10,82	25,88	2,50	15°25'	1,918	5,92	1,0475	0,0158	1,570	1,23	0,0365	0,680	
6	161,1	0,0258	12,15	8,80	10,48	12,00	14,00	13,00	16,30	1,25	10°34'	1,381	6,50	1,065	0,0216	1,200	1,25	0,0440	0,585	
7	159,8	0,0174	9,56	7,00	8,28	9,04	10,20	9,62	16,00	1,66	9°12'	1,368	5,10	1,0375	0,0125	1,390	1,37	0,0350	0,497	
8	160,7	0,0235	16,40	12,92	14,66	16,68	17,79	17,23	18,57	1,07	10°42'	1,270	8,62	1,0584	0,0195	1,200	1,45	0,0646	0,364	
9	161,7	0,0239	13,44	11,18	12,31	14,26	15,16	14,71	14,98	1,01	8°37'	1,202	7,35	1,0485	0,0162	1,84	1,47	0,0559	0,535	
10	160,5	0,0218	11,16	8,40	9,78	9,96	11,20	10,58	16,61	1,57	9°34'	1,329	5,60	1,0375	0,0125	1,74	1,50	0,0420	0,520	
11	160,2	0,0204	12,61	9,62	11,12	11,16	12,53	11,85	17,22	1,45	9°55'	1,311	6,27	1,0410	0,0136	1,50	1,53	0,0481	0,425	
12	160,3	0,0210	12,07	9,69	10,88	11,27	12,35	11,81	15,62	1,32	8°54'	1,255	6,18	1,0398	0,0133	1,57	1,57	0,0485	0,433	
13	160,0	0,0191	10,88	8,70	9,84	9,62	10,63	10,13	14,72	1,45	8°28'	1,251	5,32	1,0329	0,0110	1,89	1,63	0,0435	0,410	
14	160,5	0,0223	10,35	8,63	9,74	9,61	10,58	10,10	14,84	1,47	8°32'	1,257	5,29	1,0324	0,0108	2,06	1,64	0,0432	0,505	
15	160,5	0,0223	10,58	8,29	9,49	8,63	9,64	9,13	15,07	1,65	8°40'	1,276	4,82	1,0282	0,0094	2,37	1,72	0,0415	0,547	
16	160,2	0,0204	12,53	9,62	11,07	9,62	10,88	10,26	17,02	1,65	9°48'	1,303	5,44	1,0309	0,0108	1,98	1,77	0,0481	0,425	
17	160,6	0,0222	16,60	12,80	14,70	11,62	12,80	12,21	19,49	1,60	11°14'	1,297	6,40	1,0372	0,0124	1,79	2,00	0,0640	0,347	
18	159,8	0,0173	11,20	9,56	10,38	8,40	9,04	8,72	12,81	1,47	7°21'	1,173	4,52	1,0214	0,0071	2,44	2,11	0,0478	0,362	
19	159,8	0,0173	10,20	8,76	9,48	7,00	7,60	7,30	12,00	1,64	6°54'	1,164	3,80	1,0164	0,0055	3,16	2,30	0,0438	0,398	
20	161,5	0,0273	21,30	16,60	18,95	10,25	11,62	10,94	21,68	1,98	12°31'	1,283	5,81	1,0199	0,0066	4,14	2,77	0,0640	0,329	

б) при  $\frac{2h_1}{b_1}$  равном от 1,25 до 1,5, коэффициент  $E_1$  колеблется около 0,55, за исключением опыта № 8, в котором он меньше по причине имевшего место буксования; кстати отметим, что слабое колебание коэффициента надо приписать тому, что  $\frac{1}{\eta}$  в этих опытах колеблется в тесных пределах;

в) при  $\frac{2h_1}{b_1}$ , равном от 1,5 до 1,77, коэффициент  $E_1$  колеблется около 0,45;

г) наконец, при  $\frac{2h_1}{b_1}$ , равном от 2 до 2,77, коэффициент  $E_1$  колеблется около 0,35.

Таким образом, с увеличением отношения  $\frac{2h_1}{b_1}$ , по мере того как относительная величина опережения сжатия ( $\lambda_h - 1$ ) становится меньше и меньше, коэффициент  $E_1$  уменьшается и, надо полагать, стремится, как нами выяснено выше, к определенной постоянной величине.

Само собой понятно, что приведенные опыты не дают нам этой постоянной величины, но во всяком случае дают нам возможность заключить, что она значительно меньше половины единицы, как это было выяснено раньше.

Далее, эти опыты также не дают какого-либо суждения о критическом отношении  $\frac{h_1}{D}$ , так как во всех опытах данное отношение — очень небольшое.

В таблицах 9 и 10 помещены результаты опытов на опережение с широким поясом деформации; при чем результаты опытов, помещенные в таблице 9, получены при вращении валков вручную, очень медленно, а результаты опытов, данные в таблице 10, получены при вращении валков с приводом от мотора, с окружающей скоростью 1,2 м/сек.; сделано это было с той целью, чтобы выяснить влияние окружающей скорости валков на опережение.

Сравнивая результаты опытов № 2 и № 3, помещенные в таблице 9, с результатами опытов № 2 и № 3, данными в таблице 10, видим, что при практически одинаковых отношениях  $\frac{2h_1}{l_c}$  и  $\frac{1}{\eta}$  коэффициент  $E_h$  имеет разную величину, а именно: в таблице 9 он больше единицы и возрастает с увеличением отношения  $\frac{2h_1}{l_c}$ , как и предполагалось изложенной выше теорией, между тем как в таблице 10 коэффициент  $E_h$  — меньше единицы, при чем в опыте № 3 несколько меньше, чем в опыте № 2, отношение же  $\frac{2h_1}{l_c}$  в опыте № 3 больше, чем в опыте № 2, т. е. с возрастанием отношения  $\frac{2h_1}{l_c}$  коэффициент  $E_h$  несколько уменьшился.

Таблица 9

Результаты опытов прокатки свинцовых полос (диаметр валков—200 мм)

№ опы-	$l_s$ (мм)	$i = \frac{l_s}{157} - 1$	$h_0$ (мм)	$h_1$ (мм)	$h_c$ (мм)	$b_0$ (мм)	$b_1$ (мм)	$b_c$ (мм)	$\alpha_0$	$l_c$ (мм)	$l'_c$ (мм)	$\frac{1}{\eta}$	$\frac{1}{\eta_h}$	$m'$	$\lambda'_h - 1$	$E_h$	$i = \frac{i}{\lambda'_h - 1}$	$\frac{2h_1}{l_c}$	$\frac{h_1}{D}$	$E_1 = i \cdot \frac{h_1}{D}$
1	164,1	0,0452	14,96	11,56	13,26	41,97	43,25	42,56	10°35'	18,37	9,18	1,294	1,0735	0,712	0,0523	0,865	1,26	0,0578	0,783	
2	164,7	0,0490	18,72	14,96	16,88	40,37	41,97	41,17	11°08'	19,31	9,65	1,251	1,0628	0,688	0,0432	1,130	1,55	0,0748	0,655	
3	165,7	0,0563	23,22	18,72	20,97	39,42	40,37	39,90	12°10'	21,08	10,64	1,240	1,0600	0,647	0,0388	1,430	2,77	0,0936	0,590	

Таблица 10

Результаты опытов прокатки свинцовых полос (диаметр валков—200 мм)

№ опы-	$l_s$ (мм)	$i = \frac{l_s}{157} - 1$	$h_0$ (мм)	$h_1$ (мм)	$h_c$ (мм)	$b_0$ (мм)	$b_1$ (мм)	$b_c$ (мм)	$\alpha_0$	$l_c$ (мм)	$l'_c$ (мм)	$\frac{1}{\eta}$	$\frac{1}{\eta_h}$	$m'$	$\lambda'_h - 1$	$E_h$	$i = \frac{i}{\lambda'_h - 1}$	$\frac{2h_1}{l_c}$	$\frac{h_1}{D}$	$E_1 = i \cdot \frac{h_1}{D}$
1	162,6	0,0356	15,00	11,98	13,49	42,24	43,37	42,80	9°58'	17,34	8,67	1,252	1,0630	0,730	0,0460	0,775	1,38	0,0599	0,595	
2	162,4	0,0344	18,76	15,90	16,88	40,63	42,24	41,44	11°08'	19,31	9,65	1,251	1,0627	0,690	0,0432	0,795	1,55	0,0750	0,460	
3	162,1	0,0325	23,68	18,76	21,22	39,00	40,63	39,82	12°44'	22,04	11,02	1,262	1,0655	0,632	0,0411	0,785	1,70	0,0938	0,347	

Таким образом, приведенные таблицы убеждают нас в том, что окружная скорость влияет на опережение, что с увеличением окружной скорости опережение уменьшается; между тем результаты опытов в таблицах 3 и 4 убедили нас в обратном, т. е. что окружная скорость не влияет на опережение.

Эти противоречивые, на первый взгляд, данные опытов будут понятны, если мы примем во внимание два факта: во-первых, то обстоятельство, что в данных опытах, помещенных в последних двух таблицах, углы захвата полосы больше, чем в данных опытах, указанных в таблицах 3 и 4; во-вторых, то общеизвестное положение, что коэффициент трения уменьшается с увеличением скорости.

Имея это в виду, легко выяснить кажущееся противоречие. В самом деле, во всех опытах таблиц 3 и 4 угол трения был больше угла захвата, так что условия прокатки были нормальными, и скорость не влияла на опережение; в данных опытах, указанных в таблице 9, при малой окружной скорости также имелись нормальные условия прокатки, а в данных опытах, помещенных в таблице 10, при большей окружной скорости угол трения оказался меньше угла захвата, в виду этого имело место буксование валков в той части контактных поверхностей зажатого клина, где угол их больше угла трения, т. е. неполное, или частичное буксование валков, поэтому и опережение полосы получилось меньше, чем при нормальной прокатке. Очевидно, частичное буксование будет тем больше, чем больше разность между углом захвата  $\alpha$ , и углом трения  $\alpha_t$ .

Кстати отметим, что при прокате свинцовых полос коэффициент трения сильно меняется вследствие того, что рабочая поверхность валков покрывается тонким слоем свинца (освинцовывается), и, как видим из таблиц, частичное буксование наступает при угле захвата около 10°, между тем опыты на сжатие свинцовых цилиндров, под прессом со стальными досками, дают коэффициент трения скольжения  $f = 0,333^1$ ; и прокатка свинцовых полос в чугунных валках с чистой (неосвинцованной) рабочей поверхностью подтверждает примерно этот коэффициент трения, т. е.  $f = 0,333$ , или соответствующий ему угол трения  $\alpha_t = 18^\circ 30'$ ; таким образом, покрытие вала тонким слоем свинца уменьшает угол трения почти в два раза. Это надо иметь в виду при производстве опытов с прокаткой свинцовых полос, и валки чаще чистить шкуркой.

Итак, мы выяснили, что скорость прокатки влияет на опережение только при больших углах захвата и тогда, когда уменьшение коэффициента трения вследствие увеличения окружной скорости вызывает частичное буксование валков, в этом случае опережение уменьшается и становится меньше нормального.

Таким образом, данные опытов, приведенные в таблице 10, имеют опережение меньше нормального вследствие частичного буксования; данные же, приведенные в таблице 9, дают такое же

1) Головин, Прокатка, часть I, гл. IV.

подтверждение вышеизложенной теории опережения, какое дали опыты с длинным поясом деформации (таблица 8).

В заключение этой главы выясним еще длину опережающей части зажатого клина, которая будет нам необходима при изучении вопроса соотношения между растяжением и сжатием прокатываемой полосы, которому посвящена следующая глава.

Длину опережающего конца зажатого клина в разобранном первом случае прокатки, когда опережение создается только сжатием, естественно принять равной длине ( $l_c^1$ ) передней зоны пояса деформации; длину же опережаемого конца во втором случае, когда опережение создается не только реакцией валков (сжатием), но и непосредственным действием их, определить теоретически не представляется возможным, но мы не сделаем особенно грубой ошибки, если приближенно примем, что и в этом случае длина опережающего конца будет равна длине ( $l_c^1$ ) передней зоны пояса деформации, т. е.:

$$а) \text{ в широком поясе деформации: } l_c^1 = \frac{1}{2} l_c, \quad (45)$$

$$б) \text{ в длинном поясе деформации; } l_c^1 = \frac{1}{2} b_c. \quad (46)$$

### ГЛАВА ТРЕТЬЯ

## СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ РАСТЯЖЕНИЕМ И СЖАТИЕМ ПРОКАТЫВАЕМОЙ ПОЛОСЫ

### 1. ВЫВОД РАВЕНСТВА СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ РАСТЯЖЕНИЕМ И СЖАТИЕМ

В главе I мы изучили деформацию сжатия и растяжения прокатываемой полосы, а также вопрос о том, как сложную деформацию прокатываемой полосы разлагать по измерениям размеров поперечного сечения ее, до и после прокатки, на простые деформации сжатия и растяжения. В настоящей же главе нам предстоит изучить закономерность в соотношении между этими двумя простыми деформациями прокатываемой полосы. Вопрос соотношения между растяжением и сжатием прокатываемой полосы является основным и центральным вопросом теории прокатки, дающим нам ключ к решению важных научно-технических вопросов по деформации (уширение и вытяжка прокатываемой полосы) и по динамике прокатки.

Выше нами выяснено, что сжатие прокатываемой полосы практически производится реакцией валков, а растяжение — непосредственным действием их; но зная, что реакция валков есть следствие фрикционных сил прокатки, приходим к заключению, что сжатие и растяжение прокатываемой полосы происходит под действием одних и тех же фрикционных сил прокатки.

Отсюда мы можем утверждать, что соотношение между растяжением и сжатием прокатываемой полосы должно подчиняться закону наименьшего сопротивления, и на основании последнего можем дать следующую точную формулировку закона в изу-

чаемом соотношении, а именно: *между растяжением и сжатием прокатываемой полосы установится такое соотношение, при котором будем иметь наименьшую энергию, затрачиваемую на преодоление внутренних и внешних сопротивлений при прокатке, или наименьшую силу прокатки.*

Точное аналитическое решение выказанного выше закона в точной формулировке слишком сложно; в виду этого примем приближенно, что наименьшую энергию, затрачиваемую на прокатку, или наименьшую силу прокатки *будем иметь тогда, когда энергия, затрачиваемая на каждую из двух простых деформаций, будет обратно-пропорциональна полному сопротивлению, которое каждая из этих деформаций оказывает внешним силам.*

Отсюда будем иметь следующее простое равенство, вытекающее из закона наименьшего сопротивления при прокатке:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{Q_2}{Q_1}, \quad (47)$$

где  $A_1$  и  $A_2$  — соответственно — полная энергия растяжения и сжатия, а  $Q_1$  и  $Q_2$  — полное сопротивление растяжению и сжатию.

Само собой понятно, что здесь имеется в виду энергия, затрачиваемая на преодоление не только внутренних, но и внешних сопротивлений (скольжение на контактных поверхностях). Вопросы скольжения на контактных поверхностях мы выясним ниже, сейчас же найдем выражение для величин, входящих в последнее равенство; при этом полную работу сжатия и растяжения отнесем к объему зажатого клина.

Полная работа сжатия ( $A_2$ ), рассчитанная на объем зажатого клина, выразится, как известно из первой части курса, следующим равенством:

$$A_2 = q V \ln \frac{1}{\gamma_n}, \quad (48)$$

где  $q$  — удельное давление.

При этом, для точного определения удельного давления, мы должны были бы принять во внимание форму поперечного сечения зажатого клина, или, точнее, соотношение между его длиной ( $l_c$ ) и шириной ( $b_c$ ), но, принимая во внимание, что влияние этого фактора сравнительно незначительно и, кроме того, сам по себе этот фактор значительно усложняет изучаемый нами вопрос, мы ради упрощения пренебрегаем им.

При определении удельного давления будем иметь два случая:

*Первый случай*, когда сжатие прокатываемой полосы происходит без скольжения. Обозначим удельное давление в этом случае через  $q_1$ ; при этом отметим, что последним символом мы обозначаем вообще удельное давление внешних сил, преодолевающих только внутренние сопротивления при сжатии.

*Второй случай*, когда сжатие прокатываемой полосы возбуждает скольжение на контактных поверхностях. Обозначим удельное давление в данном случае через  $q$ . Само собой понятно, что последнее удельное давление мы можем рассматривать как состоящее из двух частей: удельного давления  $q_1$ , обуславливаемое

мого только внутренними сопротивлениями, и удельного давления  $q - q_1$ , обусловливаемого скольжением на контактных поверхностях.

Соотношение между удельными давлениями ( $q$  и  $q_1$ ) нами изучены в главе IV части I настоящей работы (фиг. 19 и равенство 84), на основании опытов при сжатии свинцовых цилиндров

Имея это в виду и принимая во внимание подробно выясненные нами особенности скольжения при сжатии прокатываемой полосы, мы можем выразить соотношение между  $q$  и  $q_1$  следующими грубо-приближенными равенствами для разных случаев прокатки, а именно:

1) Когда при прокатке имеем очень широкий пояс деформации, у которого отношение  $\frac{l_c}{b_c}$  значительно меньше единицы:

$$\frac{q}{q_1} = 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{l_c}{h_c} - 1 \right). \quad (49)$$

Последнее равенство получено из вышеупомянутого равенства (84) путем замены в нем  $g$  и  $h$ —соответственно:  $l_c$  и  $h_c$ .

2) Когда имеем широкий пояс деформации, у которого отношение  $\frac{l_c}{h_c}$  незначительно меньше единицы:

$$\frac{q}{q_1} = 1 + \frac{1}{6} \left( \frac{l_c}{h_c} - 2 \right). \quad (50)$$

Это равенство получено из того же равенства (84) путем замены в нем  $g$  и  $h$ —соответственно:  $\frac{1}{2} l_c$  и  $h_c$ .

3) Когда имеем длинный пояс деформации:

$$\frac{q}{q_1} = 1 + \frac{1}{6} \left( \frac{b_c}{h_c} - 2 \right). \quad (51)$$

Последнее равенство получено также из равенства (84) путем замены  $g$  и  $h$ —соответственно:  $\frac{1}{2} b_c$  и  $h_c$ .

Полное сопротивление сжатия внешним силам, очевидно, выразится следующим равенством:

$$Q_h = q b_c l_c. \quad (52)$$

Далее найдем выражение для полной работы растяжения, рассчитанной на объем зажатого клина.

Полезная работа растяжения выразится следующим равенством:

$$A'_1 = q_1 V \ln \lambda_1, \quad (53)$$

в котором удельное давление ( $q_1$ ) будет также зависеть от формы поперечного сечения прокатываемой полосы, или, точнее, от

отношения  $\frac{h_c}{b_c}$ , но по тем же соображениям, как и при сжатии без

скольжения, примем его одинаковым с принятым последним удельным давлением.

Чтобы найти выражение полной работы растяжения, нам необходимо определить еще работу скольжения при растяжении.

Точное определение работы скольжения при растяжении, принимая во внимание неравномерное распределение деформации как по ширине, так и по длине зажатого клина,—очень сложно; в виду этого определим работу скольжения приближенно, и при этом примем, что вытяжка при растяжении равномерно распределена по ширине и что на контактных поверхностях опережающего конца скольжение при растяжении не возбуждается, так как конец практически не подвергается растяжению.

Принимая все это во внимание, будем иметь следующее очевидное выражение для силы трения, возбуждаемой скольжением на обеих контактных поверхностях зажатого клина:

$$Q''_1 = 2f_b q b_c (l_c - l'_c), \quad (54)$$

где  $f_b$ —коэффициент трения скольжения на контактных поверхностях.

Приближенно принимаем, что сила трения, или обратное ей сопротивление, приложено в центре тяжести поверхностей скольжения, т. е. полагаем, что давление и скольжение равномерно распределено по этой контактной поверхности.

Отсюда—элементарная работа скольжения при бесконечно малом удлинении зажатого клина выразится следующим равенством:

$$dA'' = \frac{1}{2} Q''_1 \cdot dl.$$

Считаем необходимым отметить, что множитель  $\frac{1}{2}$  в правой части последнего равенства взят потому, что перемещение точки приложения силы скольжения будет приближенно равно  $\frac{1}{2} dl$ ,

в чем не трудно убедиться из следующих простых рассуждений: нами принято, что скольжение при растяжении отсутствует в переднем опережающем конце; следовательно, в сечении EE (фиг. 14) взаимное смещение на контактных поверхностях при растяжении равно нулю; далее, по мере удаления от этого сечения к сечению входа (BB), это взаимное смещение возрастает, и в последнем сечении (BB) достигает наибольшей величины, равной  $dl$ ; отсюда—смещение центра тяжести,

как среднее смещение, будет равно  $\frac{1}{2} dl$ ; при этом, конечно,

принимаем, что деформация растяжения равномерно распределена по длине опережаемого конца ( $l_c - l'_c$ ), чего, конечно, в действительности нет, так как самое интенсивное растяжение будет около сечения входа (BB), где имеем наибольшую разность

скоростей валков и полосы, а наименьшее — в сечении ЕЕ, где разность скоростей валков и полосы равна нулю, и растяжение практически прекращается.

Таким образом, перемещение точки приложения равнодействующей силы скольжения в действительности будет отличаться от  $\frac{1}{2}dl$ , и мы лишь приближенно принимаем ее равной величине  $\frac{1}{2}dl$ .

Подставляя в последнее равенство, на место  $Q_1''$ , ее выражение из равенства (54), получим:

$$dA_1'' = f_b q_b (l_c - l'_c) dl.$$

Далее, умножая правую часть последнего равенства на  $\frac{1}{l} \cdot \frac{h_c}{h_c} = 1$  и применяя приближенное интегрирование, при котором

текущую переменную длину (l) деформируемого параллелепипеда заменим длиной зажатого клина ( $l_c$ ), как средней длиной крайних пределов текущей переменной длины, а также заменим произведение  $l_c b_c h_c$  через объем зажатого клина, — получим следующее выражение для вредной работы растяжения:

$$A_1'' = f_b V \frac{l_c - l'_c}{h_c} \ln \lambda_1. \quad (55)$$

Зная, что полная работа ( $A_1$ ) растяжения представляет собой сумму работ полезной ( $A_1'$ ) и вредной ( $A_1''$ ), т. е.:

$$A_1 = A_1' + A_1'',$$

и заменяя  $A_1'$  и  $A_1''$  их значениями из равенств (53) и (55), получим искомое выражение полной работы растяжения, рассчитанной на объем зажатого клина:

$$A_1 = \left( 1 + f_b \frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c - l'_c}{h_c} \right) q_1 V \ln \lambda_1. \quad (56)$$

Принимая во внимание, что вредное сопротивление растяжения ( $Q_1''$ ) определено попутно (см. равенство 54), для нахождения полного сопротивления нам необходимо определить еще полезное сопротивление растяжения, которое выразится следующим очевидным равенством:

$$Q_1' = q_1 b_c h_c. \quad (57)$$

Полное сопротивление будет представлять сумму полезного и вредного сопротивлений:

$$Q_1 = Q_1' + Q_1''.$$

Подставляя в эту формулу найденные выше выражения для  $Q_1'$  и  $Q_1''$ , — получим следующее искомое выражение для полного сопротивления при растяжении:

$$Q_1 = \left( 1 + 2f_b \frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c - l'_c}{h_c} \right) q_1 b_c h_c. \quad (58)$$

Таким образом, мы нашли выражения для всех величин, входящих в равенство (47); подставляя эти выражения в равенство (47), получим следующее искомое решение для соотношения между растяжением и сжатием прокатываемой полосы, вытекающее из закона наименьшего сопротивления:

$$\frac{\lg \lambda_1}{\lg \frac{1}{\gamma_b}} = \frac{\left( \frac{q}{q_1} \right)^2 \frac{l_c}{h_c}}{\left( 1 + f_b \frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c - l'_c}{h_c} \right) \left( 1 + 2f_b \frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c - l'_c}{h_c} \right)}. \quad (59)$$

Принимая во внимание, что это отношение будет фигурировать при изучении как деформации, так и динамики, обозначим, ради удобства, это отношение через коэффициент К, т. е. примем:

$$K = \frac{\lg \lambda_1}{\lg \frac{1}{\gamma_b}}. \quad (60)$$

Но так как длина опережающего конца ( $l'_c$ ), входящая в правую часть равенства (59), имеет различное выражение в широком и длинном поясе деформации, то общее равенство (59) представим в виде отдельных двух равенств для определения коэффициента К, а именно: одно — для широкого пояса деформации, а другое — для длинного.

В широком поясе деформации мы имеем различные выражения для длины ( $l_c$ ) опережающего конца, в зависимости от величины отношений  $\frac{l_c}{h_c}$  и  $\frac{l_c}{h_1}$  (см. равенства 25, 27 и 45); в виду этого

дадим равенство для более общего случая, когда  $\frac{l_c}{h_c} \geq 2$ ; в этом случае длина ( $l'_c$ ) опережающего конца будет выражена равенством (27).

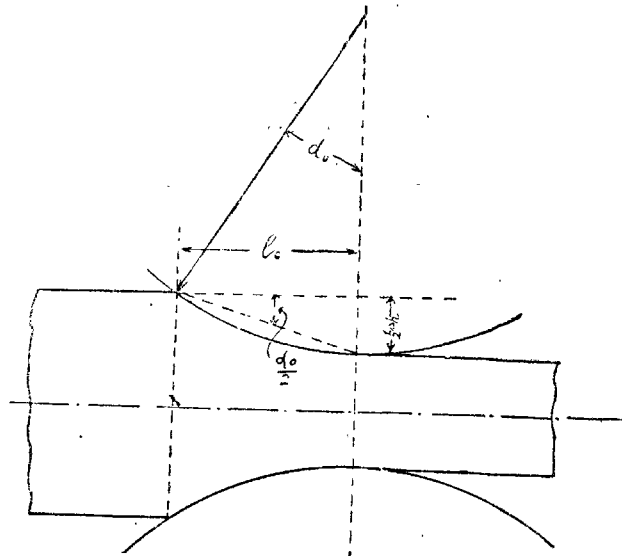
Принимая это во внимание, найдем выражение для отношения  $\frac{l_c - l'_c}{h_c}$ , входящее в равенство (59), подставляя для этого в указанное отношение, на место  $l'_c$ , его выражение из равенства (27) после простых преобразований получим:

$$\frac{l_c - l'_c}{h_c} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\Delta h}{l_c} \right) \frac{l_c}{h_c}.$$

Далее, из фиг. 15 видим, что:

$$\frac{1}{2} \Delta h = l_c \operatorname{tg} \frac{\alpha_0}{2}, \text{ или } \frac{\Delta h}{l_c} = 2 \operatorname{tg} \frac{\alpha_0}{2}.$$

Учитывая, что угол захвата при нормальной прокатке (без частичного буксования) — незначительный ( $\alpha_0 = 17 - 18^\circ$ ), можем принять приближенно:  $\frac{\Delta h}{l_0} \approx \text{tg } \alpha_0$ .



Фиг. 15

Считаем необходимым разъяснить, что это приближенное выражение для  $\frac{\Delta h}{l_c}$  нами взято с той целью, что оно будет давать более истинный результат для отношения  $\frac{l_c - l'_c}{h_c}$ ; это нам будет понятно, если примем во внимание, с одной стороны, что опыты на опережение дали нам длину опережающего конца, меньшую определяемой по равенству (27) (см. равенство 38), а с другой стороны, что  $\text{tg } \alpha_0 > 2 \text{tg } \frac{\alpha_0}{2}$ .

Подставляя это выражение в последнее равенство, получим следующее искомое выражение для отношения  $\frac{l_c - l'_c}{h_c}$ , входящее в равенство (59):

$$\frac{l_c - l'_c}{h_c} \approx \frac{1}{2} (1 + \text{tg } \alpha_0) \frac{l_c}{h_c} \quad (61)$$

Наконец, подставляя полученное выражение в вышеупомянутое равенство и принимая во внимание принятое обозначение (см. равенство 60), получим следующее выражение для коэффициента  $K$  в том случае, когда имеем широкий пояс деформации со скольжением при сжатии ( $\frac{l_c}{h_c} \geq 2$ ):

$$K = \frac{\left(\frac{q}{q_1}\right)^3 \frac{l_c}{h_c}}{\left[1 + \frac{1}{2} \left(1 + \text{tg } \alpha_0\right) f_D \frac{q}{q_1} \frac{l_c}{h_c}\right] \left[1 + \left(1 + \text{tg } \alpha_0\right) f_D \frac{q}{q_1} \frac{l_c}{h_c}\right]} \quad (62)$$

Последнее равенство нами выведено для широкого пояса деформации со скольжением при сжатии, но мы его распространим и на случай, когда скольжения при сжатии не возбуждается; делаем это по следующим соображениям.

В последнем случае длина ( $l'_c$ ) опережающего конца определяется либо по равенству (25):  $l'_c = h_1$ , когда  $\frac{l_c}{h_1} > 2$ , либо по равенству

$$(45): l'_c = \frac{1}{2} l_c, \text{ когда } \frac{l_c}{h_c} \leq 2; \text{ при чем опыты на опережение убеждают нас в том, что в первом случае действительная длина опережающего конца будет меньше таковой по равенству (25) (см. равенство 37); далее, надо ожидать, что и во втором случае длина опережающего конца будет несколько меньше длины передней зоны пояса деформации, т. е. } l'_c < \frac{1}{2} l_c.$$

Отсюда есть основание предполагать, что для этого случая равенство (61) будет давать результат, более близкий к действительному, по сравнению с результатом, который мы получим, если в отношении  $\frac{l_c - l'_c}{h_c}$  на место  $l'_c$  поставим  $h_1$  или  $\frac{1}{2} l_c$ ; во всяком случае, у нас совершенно нет уверенности в том, что последняя подстановка даст более точный результат. Отсюда, естественно, равенство (62) необходимо распространить и на случай, когда нет скольжения при сжатии, т. е. когда отношение  $\frac{l_c}{h_c} < 2$ .

На основании последнего равенства вычислена таблица 11, и по этой таблице построены кривые (фиг. 16). При этом коэффициент трения ( $f_D$ , входящий в указанное равенство, определялся согласно данным опытного исследования (см. таблицу 19 и фиг. 19 в IV главе 1-й части настоящей работы), при чем, согласно принятым нами обозначениям размеров зажатого клина, отношения  $\frac{r}{h}$  в таблице 19 и на фиг. 19 соответствуют отношению  $\frac{l_c}{2h_c}$  когда отношение  $\frac{l_c}{h_c}$  незначительно меньше единицы, и отношению  $\frac{l_c}{h_c}$ , когда  $\frac{l_c}{h_c}$  значительно меньше единицы.

Принимая во внимание, что расчёты по деформации прокатываемой полосы имеют технический интерес, когда широкий пояс деформации имеет отношение  $\frac{l_c}{h_c}$  незначительно меньше единицы, при вычислении таблицы 11 коэффициент трения ( $f_D$ ),

определялся отношением  $\frac{l_c}{2h_c}$ , а отношение  $\frac{q}{q_1}$  определялось по равенству (50).

Считаем необходимым отметить, что указанное выше опытное исследование коэффициента трения произведено при сжатии свинцовых цилиндров в прессе со стальными досками и что коэффициент трения скольжения при прессовании нагретого железа нам неизвестен.

Далее, ради точности, считаем необходимым отметить еще следующее: каждая кривая на диаграмме состоит из двух ветвей, из коих одна ветвь будет на участке  $\frac{l_c}{h_c}$ , равном от 0 до 2, где

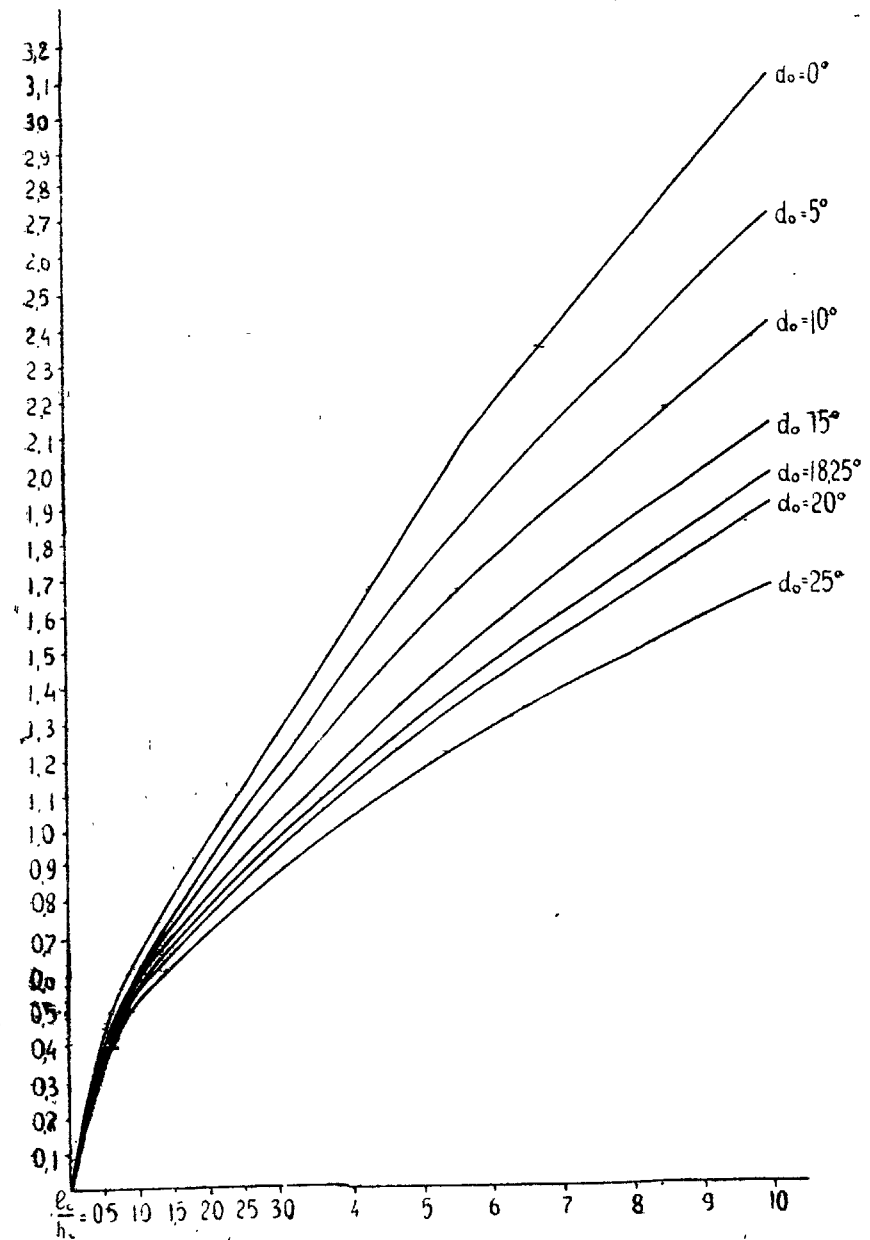
входящие в последнее равенство величины:  $\frac{q}{q_1} = 1$ , и  $f_D = 0,333$ ;

вторая же ветвь — на участке  $\frac{l_c}{h_c} > 2$ , когда величины  $\frac{q}{q_1}$  и  $f_D$  суть переменные, и равенство (62) не дает плавного сопряжения этих двух ветвей; имея в виду, что последнее есть следствие неточности равенства (50), по которому вычислялось отношение  $\frac{q}{q_1}$  и о котором речь будет ниже, — на диаграмме мы дали этим ветвям плавное сопряжение и внесли соответствующую поправку в таблицу 11; при этом, чтобы иметь суждение о величине расхождения, в таблице 11 помещены числа, полученные по равенству (62) и при плавном сопряжении, при чем последние числа взяты в скобки.

Таблица 11

Численные значения коэффициента  $K$  в широком поясе деформации, при  $f_D = 0,333$

$\alpha_0 \backslash \frac{l_c}{h_c}$	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0	6,0	8,0	10,0
0°	0	0,395	0,641	0,800	0,900 (0,965)	1,100 (1,130)	1,290	1,600	1,985	2,170	2,650	3,120
5°	0	0,387	0,621	0,770	0,856 (0,905)	1,030 (1,050)	1,195	1,450	1,720	1,950	2,345	2,745
10°	0	0,380	0,605	0,740	0,805 (0,865)	0,965 (0,995)	1,120	1,348	1,570	1,760	2,090	2,430
15°	0	0,373	0,580	0,698	0,750 (0,805)	0,908 (0,915)	1,020	1,235	1,420	1,570	1,875	2,145
18°25'	0	0,368	0,567	0,675	0,735 (0,780)	0,865 (0,880)	0,982	1,160	1,330	1,480	1,730	2,000
20°	0	0,365	0,559	0,665	0,720 (0,755)	0,850 (0,865)	0,958	1,133	1,295	1,430	1,675	1,920
25°	0	0,358	0,540	0,635	0,678 (0,715)	0,795 (0,805)	0,895	1,040	1,180	1,295	1,500	1,705



Фиг. 16

Из таблицы 11 и кривых на диаграмме (фиг. 16) видим, что коэффициент  $K$  возрастает с уменьшением угла захвата, при этом влияние угла захвата на коэффициент  $K$  возрастает с увеличением отношения  $\frac{l_c}{h_c}$ .



Далее выведем равенство для коэффициента  $K$  в длинном поясе деформации. В практических условиях прокатки мы обычно не имеем скольжения от сжатия в длинном поясе деформации; в виду этого дадим одно общее выражение для  $K$  в длинном поясе деформации; при этом длину опережающей зоны ( $l_c$ ) в равенстве (59) примем равной половине ширины (см. равенство 48) и получим следующее выражение для коэффициента  $K$ :

$$K = \frac{\left(\frac{q}{q_1}\right)^2 \frac{l_c}{h_c}}{\left[1 + \frac{1}{2}\left(2 - \frac{b_c}{l_c}\right) f_D \cdot \frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c}{h_c}\right] \left[1 + \left(2 - \frac{b_c}{l_c}\right) f_D \cdot \frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c}{h_c}\right]} \quad (63)$$

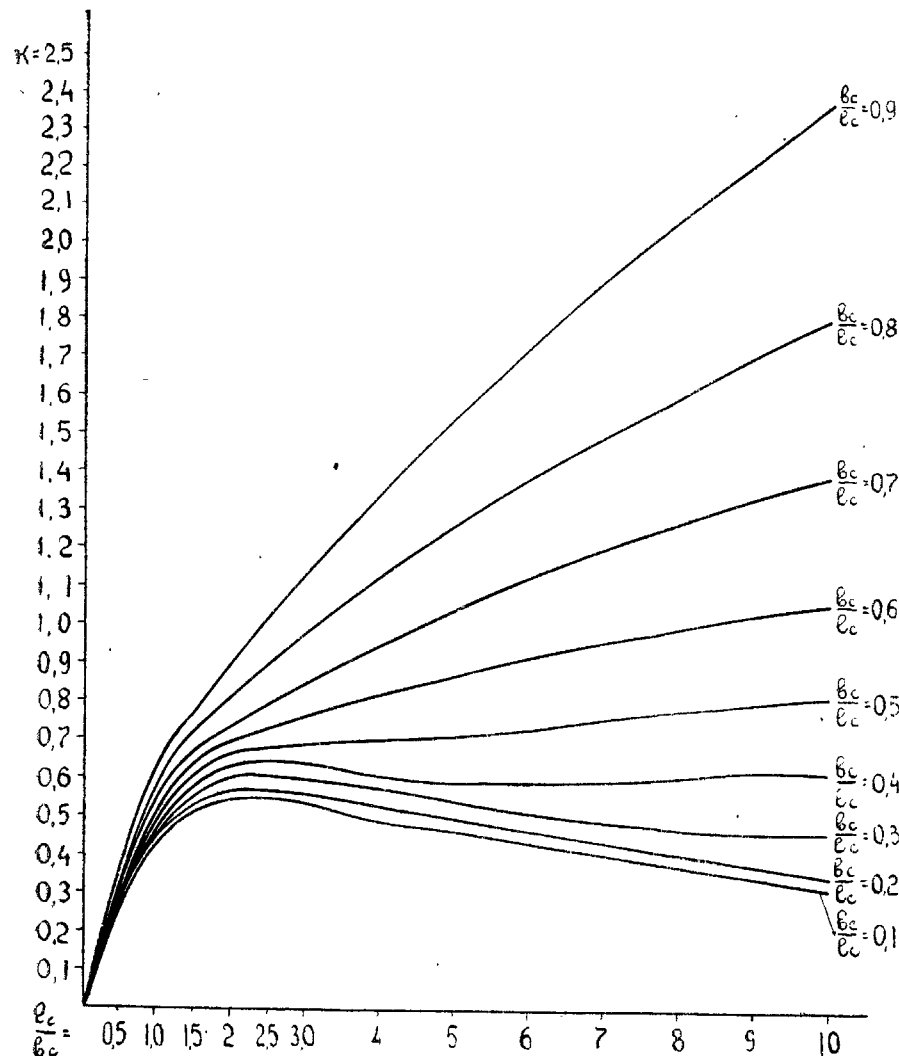
Далее считаем необходимым обратить внимание на то, что величина скольжения при сжатии в длинном поясе деформации определяется величиной отношения  $\frac{b_c}{h_c}$ ; следовательно, величины  $\frac{q}{q_1}$  и  $f_D$  в последнем равенстве (63) будут определяться вышеуказанным отношением, а именно:

1) если  $\frac{b_c}{h_c} \leq 2$ , то  $f_D = 0,333$ , и  $\frac{q}{q_1} = 1$ ; (64)

2) если  $\frac{b_c}{h_c} > 2$ , то  $f_D$  и  $\frac{q}{q_1}$  будут переменными, при чем для отношения  $\frac{q}{q_1}$  будем иметь приближенное равенство (51).

По последнему равенству вычислена таблица 12, и по данным этой таблицы построены кривые на диаграмме (фиг. 17). Отметим, что в эту таблицу не входит фактор  $\frac{b_c}{h_c}$ , так как он вполне определяется двумя данными в таблице факторами  $\frac{l_c}{h_c}$  и  $\frac{b_c}{l_c}$  и, как легко догадаться, представляет собой произведение их. Далее, ради точности, отметим, что коэффициенты  $f_D$  и  $\frac{q}{q_1}$  определяются отношением  $\frac{b_c}{h_c}$ . Числа таблицы 12, взятые в скобки, означают то же самое, что и в таблице 11.

Из сравнения кривых на фиг. 16 и 17 видим, что изменение коэффициента  $K$  в длинном поясе деформации имеет другой характер, чем в широком поясе деформации; далее, из кривых на фиг. 17 видим, что коэффициент  $K$  уменьшается с уменьшением отношения  $\frac{b_c}{l_c}$  или с увеличением обратного отношения  $\left(\frac{l_c}{b_c}\right)$ ; отсюда, принимая во внимание, что  $K$  равно  $\frac{\lg \lambda_1}{\lg \frac{1}{\gamma_h}}$ , приходим к выводу, что сжатие прокатываемой полосы удельно возрастает, а



Фиг. 17

растяжение уменьшается с увеличением отношения  $\frac{l_c}{b_c}$ . Если при этом примем во внимание, что с увеличением этого отношения  $\left(\frac{l_c}{b_c}\right)$  объем, смещаемый при сжатии в ширину, удельно возрастает, а в длину уменьшается, то увидим, что отношение  $\frac{l_c}{b_c}$  является важнейшим фактором (особенно в длинном поясе деформации), определяющим уширение прокатываемой полосы.

При пользовании коэффициентом  $K$  в длинном поясе деформации необходимо иметь в виду следующее важное обстоятельство.

Численные значения коэффициента  $K$  в длинном поясе деформации, при  $\Gamma_0 = 0,333$ 

$\frac{l_c}{h_c}$ \ $\frac{D_c}{l_c}$	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0	6,0	8,0	10,0
0,9	0	0,388	0,620	0,750	0,845 (0,880)	0,960 (0,995)	1,110	1,340	1,540	1,730	2,070	2,390
0,8	0	0,379	0,595	0,720	0,795 (0,805)	0,833 (0,880)	0,944 (0,965)	1,127	1,265	1,395	1,605	1,810
0,7	0	0,370	0,573	0,685	0,747	0,781 (0,800)	0,820 (0,845)	0,943	1,045	1,130	1,273	1,395
0,6	0	0,362	0,553	0,655	0,705	0,730	0,740 (0,760)	0,795 (0,815)	0,870	0,916	0,995	1,085
0,5	0	0,355	0,534	0,623	0,667	0,683	0,685	0,667 (0,705)	0,713 (0,720)	0,755	0,780	0,815
0,4	0	0,348	0,515	0,595	0,630	0,645	0,640	0,620	0,586 (0,610)	0,600	0,610	0,620
0,3	0	0,341	0,497	0,568	0,600	0,608	0,600	0,575	0,540	0,505	0,470	0,462
0,2	0	0,335	0,481	0,544	0,569	0,570	0,564	0,535	0,500	0,465	0,405	0,367
0,1	0	0,329	0,465	0,520	0,540	0,540	0,530	0,500	0,463	0,433	0,374	0,328

Если мы сравним коэффициент  $K$  в длинном поясе деформации при отношении  $\frac{b_c}{l_c}$ , близком к единице, с таковым же в широком поясе деформации при значительных углах захвата (конечно, при одном и том же отношении  $\frac{l_c}{h_c}$ ), то увидим, что коэффициент  $K$  по диаграмме на фиг. 17 будет больше, чем по диаграмме на фиг. 16; так, например, коэффициент  $K$  по кривой  $\frac{b_c}{l_c} = 0,9$  по диаграмме на фиг. 17 больше такового же по диаграмме на фиг. 16 при угле захвата  $\alpha_0 > 10$  (конечно, при одинаковом отношении  $\frac{l_c}{h_c}$ ).

Само собой понятно, что это является следствием неточности равенства (63), когда в длинном поясе деформации отношение  $\frac{b_c}{l_c}$  близко к единице, ибо в этом случае большие углы захвата, несомненно, еще будут влиять на длину опережающего конца ( $l'_c$ ), а следовательно, и на коэффициент  $K$  (см. равенство 59).

Мы могли бы дать приближенный анализ влияния угла захвата на коэффициент  $K$  в этих, так сказать, переходных формах пояса деформации, когда отношение  $\frac{b_c}{l_c}$  близко к единице, но это значительно усложняет вопрос нахождения коэффициента  $K$ ; ввиду этого в дальнейшем будем применять более грубый, приближенный способ определения коэффициента  $K$ , а именно: если коэффициент  $K$  по диаграмме на фиг. 17 будет больше соответственного значения  $K$  по диаграмме на фиг. 16 (при данном отношении  $\frac{l_c}{h_c}$  и данном угле захвата), то будем определять его по диаграмме 16; так, например, при  $\frac{b_c}{l_c} = 0,9$  и  $\alpha_0 = 10^\circ$  коэффициент  $K$  будем определять по диаграмме на фиг. 16, а не по диаграмме на фиг. 17. Далее, из диаграмм видим, что при  $\frac{b_c}{l_c} < 0,8$  коэффициент  $K$  по диаграмме на фиг. 17 меньше такового по диаграмме на фиг. 16 при самых больших углах захвата; следовательно, указанный выше приближенный способ определения коэффициента  $K$  применим только для такого пояса деформации, в котором отношение  $\frac{b_c}{l_c} > 0,8$  при значительных углах захвата.

В заключение считаем необходимым отметить, что равенства (62) и (63) для коэффициента  $K$  выведены нами при нормальных условиях прокатки, когда угол захвата  $\alpha_c$  меньше угла трения ( $\alpha_f$ ). Далее необходимо выяснить, какое отступление будет иметь этот коэффициент, когда угол захвата будет больше угла трения, т. е. будет ли коэффициент при этом больше или меньше коэффициента, определяемого по равенствам (62) и (63).

В предшествующей главе, на основании опытов, выяснено, что когда угол захвата больше угла трения, наступает частичное буксование валков, и опережение становится меньше нормального, а при значительной разности этих углов оно (опережение) делается отрицательным, и, наконец, наступает полное буксование валков (прокатка прекращается). Выясним, какое влияние будет иметь на коэффициент  $K$  частичное буксование.

Выше нами выяснено, что растяжению подвергается задний, опережаемый, конец, а передний, опережающий, конец—практически подвергается только сжатию. Имея это в виду и принимая во внимание, что при частичном буксовании задний конец удлиняется за счет уменьшения длины опережающего конца,—легко догадаться, что когда угол захвата больше угла трения, растяжение прокатываемой полосы будет больше, а сжатие—меньше, чем это следует по закону наименьшего сопротивления при нормальных условиях, а следовательно, коэффициент  $K$  будет больше коэффициента, определяемого по равенствам (62) и (63) или по соответствующим диаграммам.

Заканчивая на этом теоретическое исследование вопроса об изменении коэффициента  $K$ , приведем опытное исследование этого же вопроса.

## 2. ОПЫТНАЯ ПРОВЕРКА СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ РАСТЯЖЕНИЕМ И СЖАТИЕМ (КОЭФИЦИЕНТА «К») ПРОКАТЫВАЕМОЙ ПОЛОСЫ

Для опытной проверки полученных выше, на основании закона наименьшего сопротивления, равенств и диаграмм для коэффициента  $K$ ,—воспользуемся равенствами для растяжения и сжатия (см. равенства 20 и 21), полученными нами при разложении деформации прокатываемой полосы. Разделив для этой цели вышеупомянутые равенства, получим следующее новое равенство для того же коэффициента:

$$K = \frac{\lg \lambda - m \lg \frac{1}{\eta}}{\lg \frac{1}{\eta} - n \lg \lambda} \quad (65)$$

Таким образом, для коэффициента  $K$  мы получили два самостоятельных равенства, а именно: 1) равенство (59), из которого вытекают равенства (62) и (63), по которым и построены кривые на диаграммах (фиг. 16 и 17), и 2) равенство (65); при этом первое равенство (59) выведено нами из динамических условий прокатки, на основании закона наименьшего сопротивления; второе же равенство (65) выведено из условий деформации прокатываемой полосы, как следствие разложения этой сложной деформации на простые составляющие ее деформации сжатия и растяжения.

Далее, принимая во внимание, что деформация прокатываемой полосы есть следствие динамических условий прокатки,

мы должны принять, что при нормальных условиях прокатки коэффициент  $K$ , определяемый по каждому из этих двух самостоятельных равенств, есть одно и то же число и что при угле захвата больше угла трения—равенство (65) даст коэффициент  $K$ , который будет больше такового же по равенству (59) или по диаграммам на фиг. 16 и 17.

Отсюда сам по себе вытекает способ опытной проверки полученных нами равенств, а именно: на основе данных опытов вычислить коэффициент  $K$  по этим двум равенствам и сравнить их; с этой целью мы построили кривые на диаграммах на фиг. 16 и 17, чтобы заменить утомительное вычисление коэффициента по равенству (59) простым определением его по этим диаграммам.

1) *Опыты по прокатке свинцовых полос.* Ниже, в таблицах 13, 14, 15 и 16; помещены результаты опытов, произведенных в Уральском институте металлов П. В. Верещагиным. Опыты производились на лабораторном стане с диаметром валков 200 мм, при чем валки приводились во вращение вручную, с очень малой окружной скоростью.

Во всех опытах имеем длинный зажатый клин, т. е. отношение  $\frac{l_c}{b_c} > 1$ . Опыты представляют рядовые проходы при прокатке

одной полосы.

Из рассмотрения двух последних столбцов упомянутых таблиц видим, что во всех опытах коэффициент  $K$ , вычисленный по равенству (65), совпадает с таковым по диаграмме на фиг. 17 в пределах точности этой диаграммы; при этом отметим, что

коэффициент  $\frac{1}{\eta}$  и отношения  $\frac{b_c}{l_c}$  и  $\frac{l_c}{h_c}$  изменяются в очень широких пределах, а именно:

коэффициент  $\frac{1}{\eta}$ —от 1,172 до 5; отношение  $\frac{b_c}{l_c}$ —от 0,745 до 0,328;

отношение  $\frac{l_c}{h_c}$ —от 1,14 до 4,53; отношение  $\frac{b_c}{h_c}$  колеблется в более тесных пределах, а именно: от 0,52 (опыт № 5 таблицы 15) до 1,52 (опыт № 5 таблицы 14).

Таким образом, опыты с длинным зажатым клином подтверждают, что прокатываемая полоса подвергается растяжению и сжатию, что соотношение между этими деформациями подчиняется закону наименьшего сопротивления и что, самое важное, приближенные равенства, выведенные нами для коэффициентов деформации (равенства 21 и 22) и для полной работы сопротивления сжатию и растяжению (равенства 48, 52, 56 и 58), дают достаточно точный результат.

Далее, в таблице 17, помещены результаты опытов Кодрона (Codron), взятые из его труда, переведенного на русский язык.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Кодрон, Горячая обработка металлов, т. 1, Макиз, 1928.

Таблица 13

Результаты опытов прокатки свинцовых полос (диаметр валков—200 мм)

№ ОПЫТОВ	Размеры полосы						Размеры пояса деформации						Коэффициент К			
	h <sub>0</sub> (мм)	b <sub>0</sub> (мм)	L <sub>0</sub> (мм)	h <sub>1</sub> (мм)	b <sub>1</sub> (мм)	L <sub>1</sub> (мм)	h <sub>c</sub> (мм)	b <sub>c</sub> (мм)	l <sub>c</sub> (мм)	b <sub>c</sub> I <sub>c</sub>	I <sub>c</sub> h <sub>c</sub>	α <sub>0</sub>	1/γ = h <sub>0</sub> /h <sub>1</sub>	λ = L <sub>1</sub> /L <sub>0</sub>	по ра-	по диа-
															венству (66)	грамме (фиг. 17)
1	18,00	18,30	211	10,25	21,30	318	14,12	19,80	27,84	0,709	1,97	16°10'	1,756	1,507	0,750	0,750
2	21,30	10,25	318	16,60	11,62	360	18,95	10,94	21,68	0,505	1,14	12°31'	1,283	1,132	0,567	0,570
3	16,60	11,62	360	12,80	12,80	424	14,70	12,21	19,49	0,625	1,33	11°14'	1,178	1,178	0,633	0,635
4	12,80	12,80	424	8,60	14,70	548	10,70	13,75	20,49	0,671	1,92	11°50'	1,292	1,292	0,728	0,730
5	14,70	8,60	469	11,16	9,96	533	12,93	9,28	18,81	0,492	1,46	10°51'	1,136	1,136	0,617	0,615
6	11,16	9,96	533	8,40	11,20	632	9,78	10,58	16,61	0,646	1,70	9°34'	1,317	1,186	0,692	0,690
7	11,20	8,40	632	9,56	9,04	685	10,38	8,72	12,80	0,680	1,23	7°21'	1,172	1,084	0,630	0,630
8	9,56	9,04	686	7,00	10,20	829	8,28	9,62	16,00	0,602	1,93	9°12'	1,366	1,211	0,701	0,700
9	10,20	7,00	829	8,76	7,60	891	9,48	7,30	12,00	0,610	1,27	6°54'	1,164	1,074	0,617	0,620
10	8,76	7,60	792	5,20	9,24	1093	6,98	8,42	18,87	0,417	2,70	10°53'	1,685	1,380	0,664	0,670

Таблица 14

Результаты опытов прокатки свинцовых полос (диаметр валков—200 мм)

№ ОПЫТОВ	Размеры полосы						Размеры пояса деформации						Коэффициент К			
	h <sub>0</sub> (мм)	b <sub>0</sub> (мм)	L <sub>0</sub> (мм)	h <sub>1</sub> (мм)	b <sub>1</sub> (мм)	L <sub>1</sub> (мм)	h <sub>c</sub> (мм)	b <sub>c</sub> (мм)	l <sub>c</sub> (мм)	b <sub>c</sub> I <sub>c</sub>	I <sub>c</sub> h <sub>c</sub>	α <sub>0</sub>	1/γ = h <sub>0</sub> /h <sub>1</sub>	λ = L <sub>1</sub> /L <sub>0</sub>	по ра-	по диа-
															венству (66)	грамме (фиг. 17)
1	17,00	18,24	246	10,04	21,16	360	13,62	19,70	26,38	0,745	1,95	15°18'	1,693	1,460	0,766	0,770
2	21,16	10,04	360	15,80	11,32	426	18,48	10,68	23,15	0,461	1,36	13°23'	1,839	1,183	0,578	0,585
3	16,80	11,32	426	6,34	14,86	811	11,07	13,08	30,76	0,425	2,73	17°55'	2,492	1,899	0,654	0,660
4	14,86	6,34	734	10,88	7,25	877	12,87	6,80	19,98	0,340	1,55	11°31'	1,866	1,194	0,584	0,590
5	10,88	7,25	651	2,18	12,18	1872	6,53	9,92	29,50	0,336	4,53	17°09'	4,991	2,876	0,573	0,575

Таблица 15

Результаты опытов прокатки свинцовых полос (диаметр валков—200 мм)

№ ОПЫТОВ	Размеры полосы						Размеры пояса деформации						Коэффициент К			
	h <sub>0</sub> (мм)	b <sub>0</sub> (мм)	L <sub>0</sub> (мм)	h <sub>1</sub> (мм)	b <sub>1</sub> (мм)	L <sub>1</sub> (мм)	h <sub>c</sub> (мм)	b <sub>c</sub> (мм)	l <sub>c</sub> (мм)	b <sub>c</sub> I <sub>c</sub>	I <sub>c</sub> h <sub>c</sub>	α <sub>0</sub>	1/γ = h <sub>0</sub> /h <sub>1</sub>	λ = L <sub>1</sub> /L <sub>0</sub>	по ра-	по диа-
															венству (65)	грамме (фиг. 17)
1	18,00	16,90	240	10,72	19,80	356	14,36	18,35	27,00	0,680	1,88	15°40'	1,679	1,438	0,728	0,725
2	19,80	10,72	356	13,86	12,46	437	16,33	11,59	24,37	0,479	1,45	14°06'	1,429	1,229	0,611	0,615
3	13,86	12,46	437	6,80	16,02	698	10,33	14,24	26,57	0,531	2,57	15°05'	2,038	1,586	0,700	0,700
4	16,02	6,80	693	11,72	7,80	830	13,37	7,30	20,74	0,354	1,60	11°58'	1,367	1,191	0,583	0,585
5	11,72	7,80	800	9,80	8,00	561	10,76	7,90	13,86	0,572	1,29	7°58'	1,196	1,166	0,611	0,615
6	9,08	8,00	561	8,30	8,58	626	9,05	8,29	12,25	0,676	1,36	7°02'	1,181	1,101	0,658	0,650
7	8,58	8,30	626	7,14	9,00	690	7,86	8,65	12,00	0,720	1,53	6°59'	1,202	1,108	0,698	0,700
8	9,00	7,14	690	6,42	8,50	813	7,71	7,82	16,06	0,497	2,08	9°15'	1,402	1,178	0,666	0,670
9	8,50	6,42	813	5,58	7,70	1015	7,04	7,06	17,09	0,414	2,43	9°50'	1,528	1,270	0,648	0,650

Таблица 16

Результаты опытов прокатки свинцовых полос (диаметр валков—200 мм)

№ ОПЫТОВ	Размеры полосы						Размеры пояса деформации						Коэффициент К			
	h <sub>0</sub> (мм)	b <sub>0</sub> (мм)	L <sub>0</sub> (мм)	h <sub>1</sub> (мм)	b <sub>1</sub> (мм)	L <sub>1</sub> (мм)	h <sub>c</sub> (мм)	b <sub>c</sub> (мм)	l <sub>c</sub> (мм)	b <sub>c</sub> I <sub>c</sub>	I <sub>c</sub> h <sub>c</sub>	α <sub>0</sub>	1/γ = h <sub>0</sub> /h <sub>1</sub>	λ = L <sub>1</sub> /L <sub>0</sub>	по ра-	по диа-
															венству (65)	грамме (фиг. 17)
1	18,08	17,90	243,5	9,86	20,60	338	13,97	19,25	28,67	0,670	2,05	16°40'	1,834	1,593	0,742	0,740
2	20,60	9,86	338	12,00	12,15	540	16,30	13,00	29,32	0,389	1,80	17°03'	1,717	1,398	0,613	0,610
3	12,15	12,00	540	8,80	14,00	640	10,48	13,00	18,30	0,710	1,75	13°33'	1,381	0,183	0,723	0,720
4	14,00	8,80	640	7,30	11,84	912	10,65	10,32	26,88	0,398	2,43	15°25'	1,918	1,425	0,648	0,645
5	11,84	7,30	870	6,08	10,36	1195	8,96	9,83	24,00	0,410	2,68	13°53'	1,947	1,372	0,649	0,650
6	10,36	6,08	1195	4,50	9,34	1682	7,58	7,72	23,58	0,328	3,11	13°38'	2,158	1,406	0,611	0,610

В процессе опытов прокатывалась свинцовая полоса на лабораторном стане с диаметром валков—167 мм; во всех опытах имеем широкий зажатый клин.

В отношении таблицы 17 считаем необходимым отметить следующее: в этих опытах размеры толщины даны с точностью до 0,1 мм, что в тонких полосах даёт грубо-приближенную точность; в виду этого коэффициент высоты  $\left(\frac{1}{\eta}\right)$  вычислялся не по размерам толщины, как в предшествующих таблицах, а по коэффициентам длины ( $\lambda$ ) и ширины ( $\beta$ ), как это показано в таблице; при чем, ради краткости, коэффициент ширины не помещен в таблице.

Результаты опытов, данные в таблице 17, представляют рядовые проходы одной полосы без кантовки и примечательны тем, что отношение  $\frac{l_c}{h_c}$  правильно возрастает от первого опыта

(прохода) к последнему; вследствие этого коэффициент К по диаграмме на фиг. 16 также правильно возрастает от первого опыта ( $K=0,545$ ), к последнему ( $K=2,45$ ). Далее, из таблицы видим, что коэффициент К, определенный по равенству (65), также возрастает от первого опыта к последнему, и приблизительно в тех же пределах. Правда, в этой таблице мы не имеем такого точного совпадения между числами последних двух столбцов, какое имели в предшествующих таблицах, но объясняется это тем, что в опытах Кодрона, мы имеем менее точное измерение размеров прокатываемой полосы.

Таким образом, таблица 17, в которой помещены результаты опытов Кодрона, даёт такое же убедительное подтверждение выведенных равенств для прокатки с широким зажатым клином, какое дали предшествующие таблицы, вычисленные для прокатки с длинным зажатым клином.

2) *Опыты по прокатке горячих железных полос.* Ниже приводим анализ известных опытов немецкого инженера Метца<sup>1</sup>. Принимая во внимание, что диаграммы (фиг. 16 и 17) построены при коэффициенте трения скольжения  $f_b = 0,333$ , который был найден нами из опытов на сжатие свинцовых цилиндров, и что коэффициент трения скольжения при прокатке нагретого железа нам неизвестен и может иметь другую величину, а следовательно, вышеуказанные диаграммы окажутся непригодными для исследования прокатки нагретого железа, — нам необходимо сначала определить коэффициент трения скольжения при прокатке нагретого железа. Величину этого коэффициента мы можем найти из двух опытов Метца, которые были произведены им с целью выяснить влияние температуры нагрева на уширение.

Ниже, в таблице 18, дан анализ этих двух опытов; при этом отметим здесь, что эти два опыта примечательны тем, что в них были измерены площади поперечного сечения полос до и после прокатки, и ширина полос после прокатки вычислена по площади; следовательно, она представляет действительную среднюю конеч-

<sup>1</sup> «Rev. de Met.», 1925, № 1.

Таблица 17

Результаты опытов прокатки свинцовой полосы (диаметр валков — 167 мм)

№ ОПЫТОВ	Размеры полосы						Размеры пояса деформации				$\alpha_0$	$\frac{1}{\eta} = \frac{\lambda \beta}{\lambda_0 \beta_0}$	$\lambda = \frac{L_1}{L_0}$	Коэффициент К по равенству (65)	К по диаграмме (фиг. 16)	
	$h_0$ (мм)	$b_0$ (мм)	$L_0$ (мм)	$h_1$ (мм)	$b_1$ (мм)	$L_1$ (мм)	$h_c$ (мм)	$b_c$ (мм)	$l_c$ (мм)	$\frac{l_c}{b_c}$						$\frac{l_c}{h_c}$
1	20,0	20,0	1000	17,0	21,0	1120	18,50	20,50	15,74	0,905	0,805	10°52'	1,176	1,120	0,555	0,545
2	17,0	21,0	1120	14,5	21,7	1270	15,75	21,35	14,40	0,788	0,915	9°56'	1,173	1,133	0,530	0,580
3	14,5	21,7	1270	12,3	22,4	1450	13,40	22,00	13,49	0,610	1,006	9°18'	1,178	1,142	0,547	0,605
4	12,3	22,4	1450	10,3	23,1	1680	11,30	22,70	12,87	0,497	1,150	8°52'	1,194	1,158	0,575	0,650
5	10,3	23,1	1680	8,1	23,7	2060	9,25	23,40	12,90	0,395	1,400	8°06'	1,270	1,225	0,695	0,710
6	8,1	23,7	2060	6,6	24,3	2480	7,40	24,00	11,52	0,308	1,560	7°56'	1,295	1,203	0,830	0,760
7	6,6	24,3	2480	5,1	24,9	3130	5,90	25,20	10,42	0,273	1,850	7°10'	1,295	1,261	0,805	0,840
8	5,1	24,9	3130	3,9	25,5	4000	4,55	25,20	9,55	0,180	2,390	6°34'	1,310	1,277	0,925	0,990
9	3,9	25,5	4000	2,8	26,0	5480	3,35	25,75	8,68	0,130	2,850	5°58'	1,401	1,370	1,220	1,130
10	2,8	26,0	5480	1,9	26,6	7900	2,35	26,25	7,62	0,090	3,680	5°14'	1,470	1,442	1,990	1,330
11	1,9	26,6	7900	1,2	26,9	12420	1,55	26,70	6,00	0,058	4,870	5°14'	1,600	1,572	1,640	1,630
12	1,2	26,9	12420	0,9	27,2	16800	1,05	27,05	5,00	0,039	4,750	3°26'	1,326	1,312	1,360	1,650
13	0,9	27,2	16800	0,6	27,4	24200	0,75	27,30	5,00	0,028	6,670	3°26'	1,500	1,485	2,17	2,12
14	0,6	27,4	24200	0,4	27,6	36400	0,50	27,50	4,12	0,018	8,240	2°48'	1,515	1,540	2,32	2,45
15	0,4	27,4	36400	0,3	27,7	48000	0,35	27,65	2,89	0,015	8,250	1°59'	1,328	1,319	2,26	2,45

Таблица 18

Результаты опытов прокатки железных полос (диаметр валков — 235 мм; валки — стальные)

№ ОПЫТОВ	Температура нагрева (°C)	Размеры поперечного сечения полосы				Размеры пояса деформации				$\alpha_0$	$\frac{1}{\eta} = \frac{h_0}{h_1}$	$\beta = \frac{b_0}{b_1}$	$\lambda = \frac{h_0}{h_1}$	Коэффициент К по равенству (65)	
		$h_0$ (мм)	$b_0$ (мм)	$h_1$ (мм)	$b_1$ (мм)	$h_c$ (мм)	$b_c$ (мм)	$l_c$ (мм)	$\frac{l_c}{b_c}$						$\frac{l_c}{h_c}$
1	1140	30,0	40,0	20,40	43,62	25,200	41,68	33,24	0,795	1,32	16°26'	1,471	1,095	1,348	0,685
2	960	30,0	40,0	20,45	43,52	25,225	41,76	33,18	0,795	1,31	16°24'	1,467	1,088	1,348	0,675

ную ширину; в остальных опытах Метца, которые будут приведены ниже, не производилось планметрирование поперечного сечения, а измерялась ширина полосы после прокатки в трех местах по толщине: в середине толщины (наибольшая), у верхней кромки и у нижней кромки; в виду этого в остальных опытах мы не могли определить с такой точностью среднюю действительную ширину, как в опытах, помещенных в таблице 18.

Чтобы определить из этих опытов коэффициент трения скольжения, необходимо решить равенство (62) относительно этого коэффициента; с этой целью, ради краткости и упрощения, введем в равенство (62) следующие обозначения:

$$a = \frac{1}{2} (1 + \operatorname{tg} \alpha_0) \cdot \frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c}{h_c}, \quad (66)$$

$$c = \left( \frac{q}{q_1} \right)^2 \cdot \frac{l_b}{h_c}, \quad (67)$$

и напишем его в следующем виде:

$$K = \frac{c}{(1 + af_b)(1 + 2af_b)}.$$

Из последнего равенства после простых преобразований получим следующее уравнение 2-й степени для искомого коэффициента  $f_b$  в каноническом виде:

$$f_b^2 + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{a} f_b - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{a^2} \left( \frac{c}{k} - 1 \right) = 0.$$

Наконец, из последнего уравнения получим следующее искомое решение (положительное):

$$f_b = \frac{-0,75 + \sqrt{0,5 \left( \frac{c}{k} + 0,125 \right)}}{a} \quad (68)$$

Кстати отметим, что последнее решение мы получим из равенства (62), которое нами выведено для широкого зажатого клина, и при этом легко догадаться, что совершенно такое же решение для коэффициента  $f_b$  мы получим для длинного зажатого клина из равенства (63), если обозначим через „с“ то же, что в равенстве (67), и примем в этом случае:

$$a = \frac{1}{2} \left( 2 - \frac{b_c}{b_c} \right) \cdot \frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c}{h_c}. \quad (66\text{bis})$$

Теперь, на основании данных таблицы 18, вычислим по равенству (68) коэффициент трения скольжения в этих опытах.

*Первый опыт, с температурой нагрева полосы—1140° Ц.* В этом опыте отношение  $\frac{l_c}{h_c} < 2$ ; следовательно, скольжения при сжатии нет, и отношение  $\frac{q}{q_1}$  равно 1; отсюда, по равенствам (66) и (67) имеем:

$$a = \frac{1}{2} (1 + \operatorname{tg} 16^\circ 26') \times 1,32 = 0,848,$$

$$c = \left( \frac{q}{q_1} \right)^2 \frac{l_c}{h_c} = 1 \times 1,32 = 1,32.$$

Далее, принимая во внимание, что этот опыт дал коэффициент  $K$ , равный 0,685, по равенству (68) получим:

$$f_b = \frac{-0,75 \cdot \sqrt{0,5 \cdot \left( \frac{1,32}{0,685} + 0,125 \right)}}{0,848} = \sim 0,311,$$

или угол трения:  $\alpha_i = \operatorname{arc} \operatorname{tg} 0,311 = 17^\circ 16'$ .

Сравнивая полученный угол трения с углом захвата ( $\alpha_0 = 16^\circ 26'$ ), видим, что в этом опыте угол захвата меньше угла трения; следовательно, полоса прокатывалась без частичного буксования.

*Второй опыт, с температурой нагрева полосы—960° Ц.* В этом опыте так же, как и в первом, отношение  $\frac{q}{q_1}$  равно единице; отсюда:

$$a = \frac{1}{2} (1 + \operatorname{tg} 16^\circ 24') \cdot 1,31 = 0,842.$$

$$c = 1,31.$$

Далее, принимая во внимание, что этот опыт дал коэффициент  $K$ , равный 0,672, по равенству (68) имеем:

$$f_b = \frac{-0,75 + \sqrt{0,5 \left( \frac{1,31}{0,675} + 0,125 \right)}}{0,842} = \sim 0,317,$$

или угол трения:  $\alpha_i = \operatorname{arc} \operatorname{tg} 0,317 = 17^\circ 35'$ .

Из этого решения видим, что в этом опыте полоса прокатывалась также без частичного буксования, так как угол трения больше угла захвата.

Из этих опытов видим, что коэффициент трения скольжения возрастает с понижением температуры нагрева. Принимая во внимание, что с понижением температуры нагрева коэффициент внутренних сопротивлений пластичной деформации в металле возрастает, последний вывод дает то же соотношение между

коэффициентами трения скольжения и внутренних сопротивлений, которое было выяснено нами из опытов на сжатие свинцовых цилиндриков (см. «Прокатка», ч. 1-я).

Далее, принимая во внимание, что с увеличением коэффициента трения коэффициент  $K$  уменьшается, а с уменьшением последнего уширение полосы возрастает,— из последних двух опытов видим, что с понижением температуры нагрева прокатываемой полосы уширение ее увеличивается.

Последний вывод подтверждается наблюдениями при прокатке, так как общеизвестно, что застуженная полоса больше уширяется.

Кстати отметим здесь, что автор этих двух опытов, на основании того, что обе полосы имели одинаковую площадь поперечного сечения до и после прокатки, сделал следующий вывод, обратный нашему, а именно: температура нагрева не влияет на уширение.

Легко видеть, что последний вывод автор опытов получил как приближенный, пренебрегая при этом тем, что во втором опыте, вследствие большей игры валков, конечная толщина оказалась больше, чем в первом опыте.

Далее, из этих опытов видим, что изменение коэффициента трения скольжения в пределах температуры нагрева от  $1140$  до  $960^\circ \text{C}$  — незначительно, и в среднем можем принять  $f_b = 0,315$ .

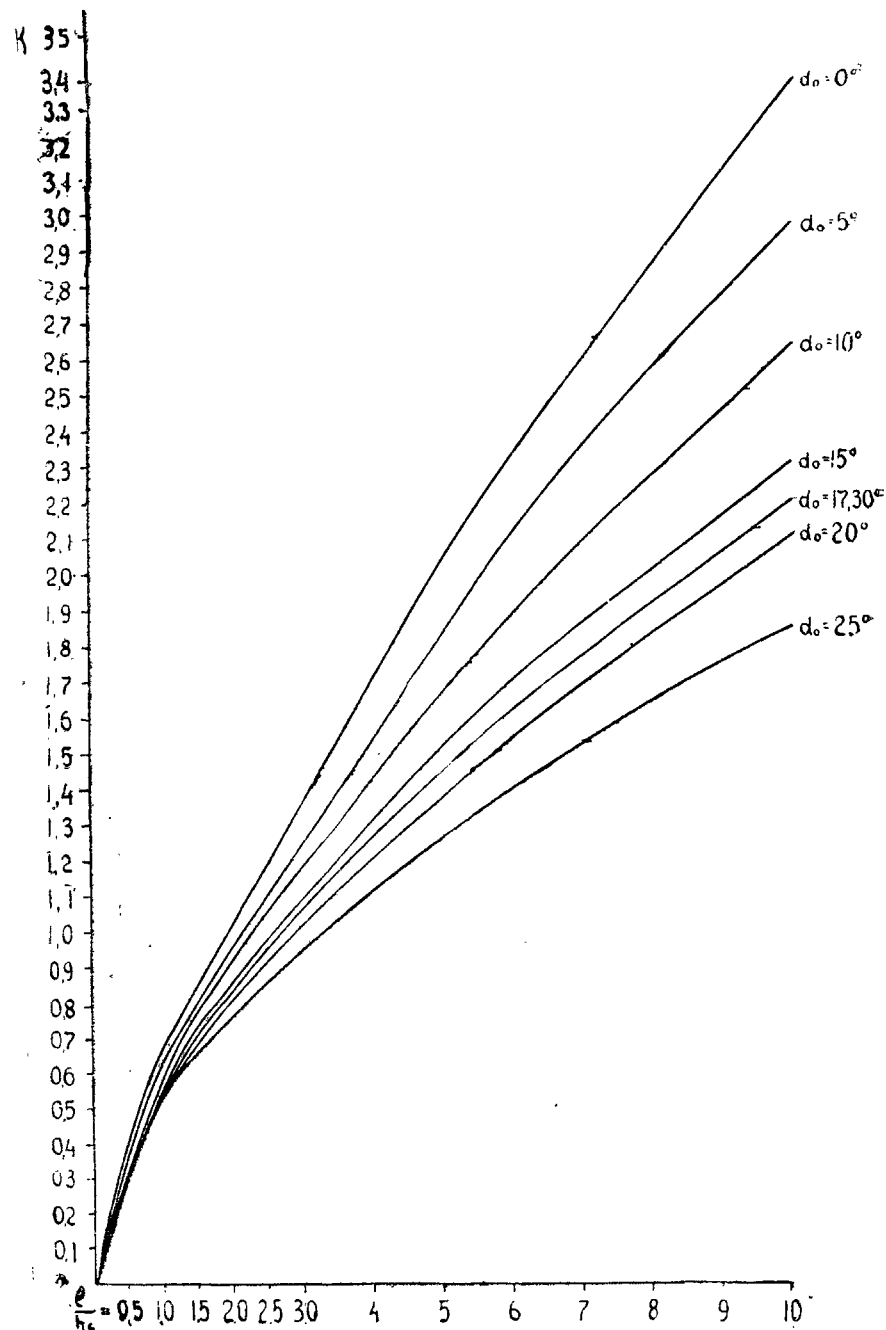
Из опытов на опережение мы убедились, что коэффициент трения скольжения зависит еще от окружной скорости и состояния поверхности валков, а также, надо полагать, и от материала валков, при чем следует ожидать, что чугунные валки дадут меньшую величину этого коэффициента, чем стальные. К сожалению, в описании опытов инж. Метца не показана окружная скорость валков, но принимая во внимание, что эти опыты были произведены на заводском стане, надо предполагать, что в опытах была обычная для мелкосортного стана скорость  $3-4 \text{ м/сек}$ ; отсюда есть основание предположить, что коэффициент трения скольжения, при прессовании железа с температурой нагрева  $1140-960^\circ \text{C}$ , будет значительно отличаться от такового при прессовании свинца.

Принимая во внимание, что согласно результатам опытов, помещенным в таблице 18, при прокатке железных полос с температурой нагрева  $1140-960^\circ \text{C}$ , при обычных окружных скоростях валков, будем иметь в среднем  $f_b = 0,315$ ; ниже, в таблицах 19 и 20, даны вычисления для коэффициента  $K$  при  $f_b = 0,315$ , и по этим таблицам построены кривые на диаграммах (фиг. 18 и 19).

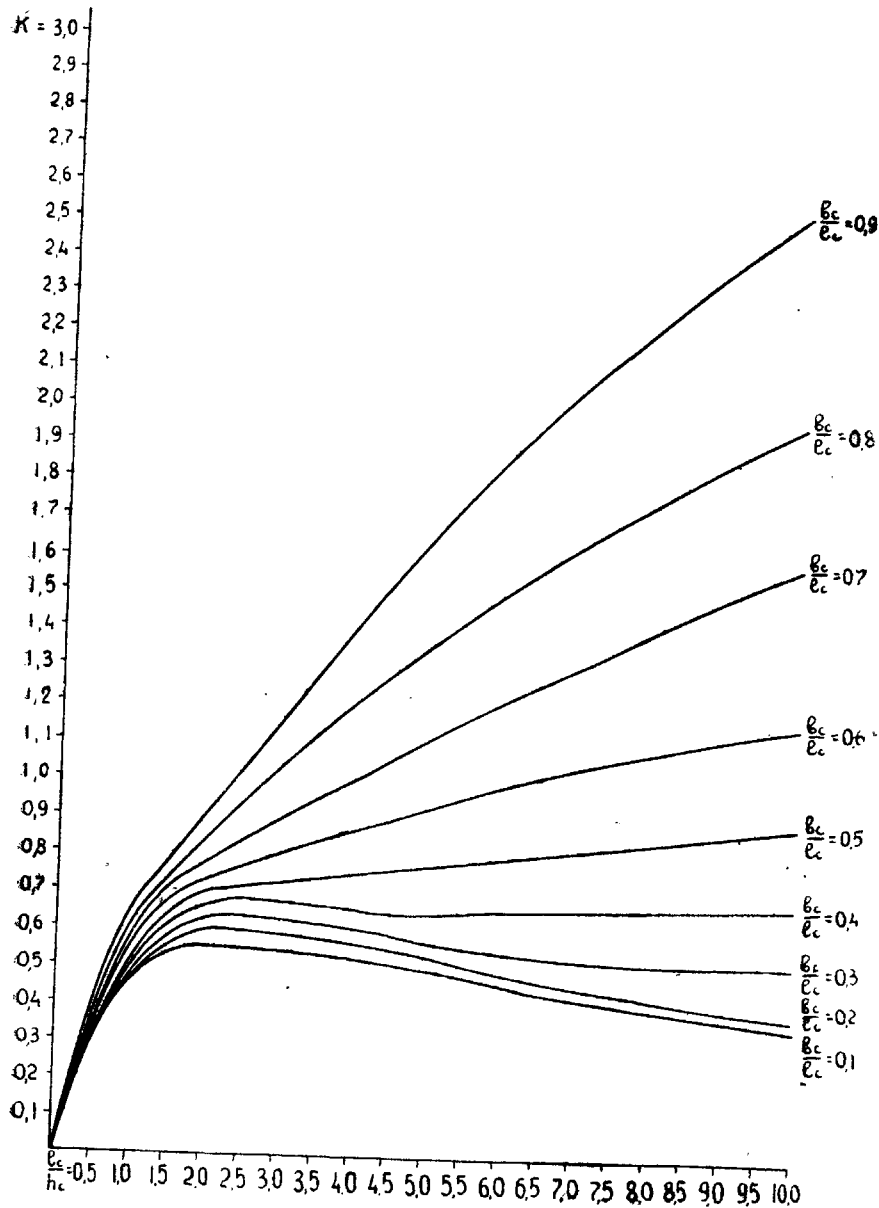
Отметим, что в этих двух таблицах числа, взятые в скобках, получены в результате плавного сопряжения ветвей кривой коэффициента  $K$ , без скольжения и со скольжением при сжатии.

Ниже, в таблицах 21, 22, 23, 24, 25 и 26, приведен анализ опытов инж. Метца, в процессе которых прокатывались в валках разных диаметров железные нагретые полосы.

Эти опыты были произведены с целью исследования законов уширения в зависимости от обжатия и от ширины прокатываемой



Фиг. 18



Фиг. 19

мой полосы, а также в зависимости от диаметра валков; при этом данные опытов в каждой таблице относятся к одному проходу одной полосы, предварительно обструганной так, что равные по длине части ее имели различную толщину, а если перекантовать ее на  $90^\circ$ , — то различную ширину. Надо пола-

Численные значения коэффициента  $K$  в широком поясе деформации, при  $f_D = 0,315$

Таблица 19

$\frac{l_c}{h_c}$	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0	6,0	8,0	10,0
$\alpha_0$												
$0^\circ$	0	0,400	0,658 (0,880)	0,824 (0,880)	0,988 (1,000)	1,143 (1,180)	1,359	1,705	2,020	2,335	2,870	3,400
$5^\circ$	0	0,394	0,638	0,787	0,884 (0,940)	1,075 (1,095)	1,252	1,555	1,880	2,100	2,555	3,000
$10^\circ$	0	0,385	0,615	0,757	0,888 (0,890)	1,010 (1,025)	1,165	1,430	1,675	1,905	2,280	2,66)
$15^\circ$	0	0,378	0,595	0,722	0,795 (0,845)	0,952 (0,965)	1,090	1,315	1,520	1,720	2,040	2,360
$17^\circ 30'$	0	0,374	0,585	0,705	0,772 (0,820)	0,920 (0,935)	1,052	1,267	1,452	1,625	1,930	2,230
$20^\circ$	0	0,370	0,575	0,690	0,752 (0,800)	0,890 (0,905)	1,020	1,210	1,385	1,550	1,850	2,105
$25^\circ$	0	0,364	0,555	0,660	0,714 (0,750)	0,835 (0,850)	0,945	1,115	1,265	1,400	1,660	1,875



Таблица 20

Численные значения коэффициента  $K$  в длинном поясе деформации, при  $f_D = 0,315$ 

$\frac{I_c}{I_c} \backslash \frac{b_c}{I_c}$	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0	6,0	8,0	10,0
0,9	0	0,391	0,633	0,783	0,878 (0,905)	1,000 (1,035)	1,160	1,420	1,645	1,865	2,225	2,540
0,8	0	0,385	0,610	0,747	0,825 (0,835)	0,872 (0,915)	1,010	1,200	1,360	1,510	1,750	1,975
0,7	0	0,376	0,589	0,710	0,778	0,817 (0,830)	0,855 (0,890)	1,000	1,120	1,220	1,405	1,610
0,6	0	0,369	0,568	0,670	0,738	0,769	0,777 (0,800)	0,860 (0,870)	0,928	1,000	1,085	1,170
0,5	0	0,362	0,550	0,647	0,699	0,720	0,730	0,711 (0,760)	0,765 (0,780)	0,800	0,851	0,890
0,4	0	0,355	0,530	0,620	0,660	0,679	0,682	0,661	0,630 (0,650)	0,658	0,672	0,682
0,3	0	0,348	0,514	0,593	0,630	0,638	0,635	0,615	0,580	0,545 (0,550)	0,531	0,525
0,2	0	0,340	0,498	0,569	0,600	0,605	0,600	0,573	0,540	0,502	0,430	0,390
0,1	0	0,334	0,480	0,545	0,562	0,571	0,565	0,535	0,500	0,467	0,405	0,368

гать, что автор опытов сделал это с целью сбережения материала, времени и затрат на производство этих опытов; в дальнейшем мы убедимся, что это сбережение значительно понизило ценность этих опытов в смысле исследования законов уширения.

Анализ опытов убедил нас в том, что измерение длины каждой части полосы после прокатки — мало достоверно; в виду этого коэффициент длины ( $\lambda$ ) вычислялся, как это показано в таблицах, по коэффициентам ширины и толщины, т. е. по равенству:

$$\lambda = \frac{1}{\eta\beta}$$

Далее, ширина полосы после прокатки измерялась в трех местах по толщине, а именно: в середине толщины ( $b_M$ ), у верхней кромки полосы ( $b_H$ ) и у нижней ( $b_X$ ). Принимая во внимание, что эти три измерения ширины не дают нам возможности более или менее точно рассчитать действительную среднюю ширину, в таблицах средняя ширина полосы после прокатки рассчитывалась двумя способами, из коих в первом рассчитывалась как средняя арифметическая трех ее измерений, т. е. по равенству:

$$b_1 = \frac{b_M + b_H + b_X}{3}$$

а во втором — по равенству:

$$b_1 = \frac{2b_M + b_H + b_X}{4}$$

Учитывая, что во всех опытах ширина у кромок ( $b_H$  и  $b_X$ ) неодинакова, а ширина, измеренная в середине толщины ( $b_M$ ), больше, чем у кромок, средняя ширина ( $b_1$ ), рассчитанная по первому равенству, будет меньше рассчитанной по второму. Соответственно этим двум расчетам средней ширины, даны также два расчета коэффициента ширины ( $\beta$ ) и длины ( $\lambda$ ), а также коэффициента  $K$  по равенству (65).

Эти два расчета средней ширины сделаны нами в предположении, что действительная средняя ширина, рассчитанная по площади поперечного сечения, будет в пределах величин, рассчитанных по этим двум равенствам.

Само собой понятно, что мы не можем утверждать этого для всех опытов, но, несомненно, в большинстве опытов средняя действительная ширина будет в этих пределах.

Результаты опытов, помещенные в таблице 20 и 21, представляют прокатку двух полос в одних и тех же валках; при чем данные в таблице 21 относятся к полосе, которая имела разную толщину, а в таблице 22 — к полосе, имевшей разную ширину.

В первых трех опытах таблицы 21 коэффициент  $K$ , определенный по диаграмме на фиг. 18, находится в пределах его величины по равенству (65), за исключением первого опыта, в котором он

Таблица 21

Результаты опытов прокатки железной полосы (температура нагрева—1130° Ц; валки—стальные; диаметр нижнего вала—230 мм, верхнего—234 мм; окружная скорость—3,34 м/сек)

№№ опытов	Размеры полосы					Размеры пояса деформации					$\frac{1}{\eta} = \frac{h_0}{h_1}$	$\beta = \frac{b_1}{b_0}$	$\lambda = \frac{1}{\eta\beta}$	Коэффициент К	
	$h_0$ (мм)	$b_0$ (мм)	$h_1$ (мм)	$b_1$ (мм)	$h_c$ (мм)	$b_c$ (мм)	$I_c$ (мм)	$\frac{b_c}{I_c}$	$\frac{I_c}{h_c}$	$\alpha_0$				по равенству (65)	по диаметру (Фиг. 18)
1	23,8	40,0	19,9	40,97 41,18	21,85	40,56	20,47	1,970	0,932	10°10'	1,195	1,024 1,030	1,167 1,163	0,556 0,505	0,580
2	26,9	40,0	20,0	42,70 42,86	23,45	41,43	28,06	1,455	1,190	14°00'	1,345	1,068 1,072	1,260 1,255	0,694 0,550	0,645
3	29,8	40,0	20,2	43,60 43,82	25,00	41,95	33,00	1,273	1,320	16°32'	1,475	1,090 1,096	1,352 1,343	0,703 0,640	0,660
4	31,9	40,0	20,2	44,40 44,68	25,90	42,39	36,35	1,170	1,400	18°16'	1,577	1,110 1,117	1,421 1,412	0,730 0,678	0,680
5	34,9	40,0	20,3	45,17 45,68	27,60	42,64	41,00	1,053	1,485	20°26'	1,718	1,132 1,137	1,518 1,511	0,855 0,765	0,705
6	37,9	40,0	20,4	46,00 46,25	29,15	43,08	44,20	0,978	1,520	22°24'	1,865	1,152 1,159	1,610 1,601	0,860 0,795	0,690
7	39,9	40,0	20,6	46,13 46,40	30,25	43,05	46,30	0,930	1,530	23°32'	1,936	1,156 1,169	1,679 1,656	0,855 0,824	0,675

Таблица 22

Результаты опытов прокатки железной полосы (температура нагрева—1130° Ц; валки—стальные; диаметр нижнего вала—230 мм, верхнего—234 мм; окружная скорость—3,34 м/сек)

№№ опытов	Размеры полосы					Размеры пояса деформации					$\frac{1}{\eta} = \frac{h_0}{h_1}$	$\beta = \frac{b_1}{b_0}$	$\lambda = \frac{1}{\eta\beta}$	Коэффициент К	
	$h_0$ (мм)	$b_0$ (мм)	$h_1$ (мм)	$b_1$ (мм)	$h_c$ (мм)	$b_c$ (мм)	$I_c$ (мм)	$\frac{b_c}{I_c}$	$\frac{I_c}{h_c}$	$\alpha_0$				по равенству (65)	по диаметру (Фиг. 18 и 19)
1	29,9	60,0	20,6	62,77 63,20	25,25	61,60	32,55	1,900	1,235	16°18'	1,451	1,046 1,054	1,388 1,377	0,735 0,655	0,650
2	29,9	50,0	20,5	53,00 53,38	25,20	51,69	32,69	1,580	1,295	16°22'	1,458	1,060 1,068	1,375 1,366	0,735 0,680	0,655
3	30,0	39,9	20,1	43,70 43,90	25,05	41,90	33,53	1,252	1,340	16°48'	1,492	1,096 1,100	1,363 1,356	0,700 0,663	0,675
4	30,0	30,0	20,1	33,07 33,85	24,05	31,68	35,53	0,950	1,340	16°48'	1,492	1,102 1,112	1,354 1,342	0,785 0,628	0,675
5	29,9	20,1	20,1	22,43 22,50	25,00	21,30	33,33	0,645	1,333	16°42'	1,489	1,116 1,119	1,333 1,328	0,748 0,740	0,650

несколько выше этого предела. В последних же четырех опытах коэффициент К, определенный по диаграмме на фиг. 18, ниже предела его величины, показанной в предпоследнем столбце, и разность между ними, т. е. между нижним пределом коэффициента К, данным в предпоследнем столбце, и величиной его, показанной в последнем столбце, возрастает к последнему опыту, где эта разность достигает наибольшей величины:

$$\frac{0,824 - 0,710}{0,710} \cdot 100\% = 16\%.$$

Таким образом, последние три опыта, результаты которых приведены в таблице 21, дают коэффициент К больший, чем следует по закону наименьшего сопротивления.

Это отступление нам будет понятно, если мы примем во внимание, что в этих опытах угол захвата больше угла трения, и он возрастает к последнему опыту. Такое отступление при больших углах захвата, т. е. когда они больше угла трения, мы предвидели по теоретическим соображениям, ибо в этом случае, как убедили нас опыты на опережение, наступает частичное буксование валков, которое неизбежно должно увеличивать растяжение за счет уменьшения сжатия прокатываемой полосы, вследствие чего коэффициент К при углах захвата больше угла трения—должен быть больше коэффициента, определяемого по равенству (59), выведенному, на основании закона наименьшего сопротивления, при нормальных условиях прокатки, без частичного буксования.

Во всех результатах опытов, помещенных в таблице 22, за исключением последнего, коэффициент К, определенный по диаграмме, имеет величину либо в пределах величины по равенству (65), либо близкую к этому пределу; в последнем же опыте коэффициент по диаграмме значительно меньше нижнего предела его по равенству (65). Считаю необходимым отметить, что последний опыт в таблице представляет собой прокатку заднего конца полосы и дает такое отступление для коэффициента К, которое указывает на то, что задний конец прокатываемой полосы подвергается большему растяжению и меньшему сжатию, чем это следовало бы по закону наименьшего сопротивления; причины этого отступления нам пока не ясны; возможно, что этими причинами явились случайные неточности опытов при измерении. В таблицах 23 и 24 приведен анализ опытов прокатки в валках большего диаметра, чем в предыдущих таблицах, при чем эти таблицы дают в общем тот же вывод для коэффициента К, который получен из предшествующих таблиц.

Отметим еще, что коэффициент К по диаграмме в последнем опыте, результаты которого даны в таблице 24, меньше нижнего предела его по равенству (65), как и в последнем опыте, результаты которого даны в таблице 22, но разность между ними незначительная.

Ниже, в таблицах 25 и 26, приводим данные опытов, в которых начальные размеры поперечного сечения полос такие же, как и в предшествующих опытах, но диаметр валков значительно больше.

Таблица 23  
Результаты опытов прокатки железной полосы (температура нагрева — 1160°C; валки — чулочные; диаметр нижнего валка — 312 мм; верхнего — 326 мм; окружная скорость — 2,3 м/сек)

№ опытов	Размеры полосы				Размеры пояса деформации				$\alpha_0$	$\frac{1}{\eta} = \frac{h_0}{h_1}$	$\beta = \frac{b_1}{b_0}$	$\lambda = \frac{1}{\eta\beta}$	Коэффициент К	
	$h_0$ (мм)	$b_0$ (мм)	$h_1$ (мм)	$b_1$ (мм)	$h_0$ (мм)	$b_0$ (мм)	$h_1$ (мм)	$b_1$ (мм)					по равенству (65)	по диаграмме (фиг. 18 и 19)
1	21,1	39,9	19,7	40,00 40,11	20,40	40,01	15,06	2,590	0,740	4°50'	1,071	1,068 1,065	0,675 0,463	0,580
2	22,0	39,9	19,9	40,10 40,32	20,95	40,11	18,25	2,250	0,875	6°34'	1,105	1,099 1,0985	0,675 0,463	0,580
3	23,9	39,9	20,1	40,90 41,10	22,00	40,50	24,60	1,650	1,120	8°52'	1,189	1,160 1,154	0,700 0,610	0,660
4	26,9	39,9	20,2	42,43 42,95	23,55	41,43	32,50	1,260	1,380	11°46'	1,331	1,252 1,242	0,705 0,630	0,690
5	30,0	39,9	20,3	43,70 43,97	25,15	41,98	39,00	1,080	1,550	14°10'	1,477	1,349 1,340	0,775 0,735	0,735
6	32,0	39,9	20,4	44,30 44,67	26,20	42,28	42,50	0,993	1,620	15°36'	1,568	1,410 1,401	0,882 0,775	0,750
7	35,0	39,9	20,5	45,70 46,37	27,75	43,14	47,50	0,910	1,710	17°20'	1,706	1,488 1,465	0,805 0,775	0,800
8	38,1	39,9	20,6	46,60 46,85	29,35	43,38	52,10	0,835	1,770	19°04'	1,848	1,580 1,575	0,835 0,830	0,755
9	40,0	39,9	20,6	46,20 46,47	30,80	43,19	54,75	0,790	1,800	20°04'	1,941	1,676 1,660	0,950 0,920	0,755

Таблица 24

Результаты опытов прокатки железной полосы (температура нагрева—1130°С; валки—чугунные; диаметр нижнего вала—312 мм, верхнего—325 мм; окружная скорость—2,3 м/сек)

№ опы- тов	Размеры полосы				Размеры пояса деформации					$\frac{1}{\eta} = \frac{h_2}{h_1}$	$\beta = \frac{b_1}{b_0}$	$\lambda = \frac{1}{\eta\beta}$	Коэффициент К		
	$h_0$ (мм)	$b_0$ (мм)	$h_1$ (мм)	$b_1$ (мм)	$h_c$ (мм)	$b_c$ (мм)	$l_c$ (мм)	$\frac{b_c}{l_c}$	$\frac{l_c}{h_c}$				$a_c$	по ра- венству (65)	по диа- грамме (фиг. 18 и 19)
1	29,9	60,0	20,5	64,53 64,675	25,20	62,34	38,41	1,630	1,520	15°36'	1,458	1,075 1,078	1,356 1,350	0,636 0,607	0,725
2	30,0	50,0	20,4	54,33 51,55	25,20	52,28	38,86	1,350	1,540	14°06'	1,470	1,087 1,051	1,353 1,347	0,712 0,676	0,725
3	30,0	40,0	20,3	44,43 41,625	25,15	42,31	39,04	1,097	1,550	14°10'	1,477	1,111 1,115	1,330 1,325	0,675 0,645	0,725
4	30,0	30,0	20,2	33,50 33,70	25,10	31,85	39,22	0,835	1,560	14°14'	1,485	1,116 1,125	1,330 1,320	0,755 0,722	0,760
5	30,0	20,1	20,1	22,70 23,60	25,05	21,35	39,40	0,550	1,575	14°18'	1,492	1,129 1,144	1,322 1,305	0,760 0,695	0,670

Таблица 25

Результаты опытов прокатки железной полосы (температура нагрева—1137°С; валки—чугунные; диаметры обоих валков одинаковы—655 мм; окружная скорость—3,42 м/сек)

№ опы- тов	Размеры полосы				Размеры пояса деформации					$\frac{1}{\eta} = \frac{h_0}{h_1}$	$\beta = \frac{b_1}{b_0}$	$\lambda = \frac{1}{\eta\beta}$	Коэффициент К		
	$h_0$ (мм)	$b_0$ (мм)	$h_1$ (мм)	$b_1$ (мм)	$h_c$ (мм)	$b_c$ (мм)	$l_c$ (мм)	$\frac{b_c}{l_c}$	$\frac{l_c}{h_c}$				$a_c$	по ра- венству (65)	по диа- грамме (фиг. 18 и 19)
1	23,9	40,0	21,6	40,43 40,65	22,75	40,33	26,98	1,500	1,185	4°52'	1,106	1,0108 1,016	1,093 1,088	0,870 0,725	0,690
2	26,9	40,0	22,0	42,07 42,42	24,45	41,21	39,42	1,050	1,610	7°08'	1,222	1,062 1,061	1,162 1,152	0,760 0,645	0,790
3	29,8	40,0	22,1	43,70 44,10	25,95	42,05	49,30	0,860	1,900	8°56'	1,348	1,0925 1,103	1,231 1,220	0,740 0,645	0,830
4	31,9	40,0	22,3	44,13 44,48	27,10	42,24	55,13	0,773	2,030	10°00'	1,430	1,103 1,112	1,295 1,285	0,837 0,780	0,805
5	35,0	40,0	22,5	45,33 45,75	28,75	42,88	62,57	0,690	2,180	11°22'	1,555	1,133 1,144	1,370 1,355	0,847 0,785	0,790
6	38,0	40,0	22,8	46,30 46,68	30,40	43,34	69,08	0,630	2,270	12°34'	1,666	1,157 1,167	1,455 1,420	0,865 0,800	0,770
7	40,0	40,0	22,9	47,77 48,40	31,45	44,20	73,22	0,618	2,320	13°20'	1,746	1,194 1,210	1,460 1,440	0,760 0,732	0,760

Таблица 26

Результаты опытов прокатки железной полосы (температура нагрева—1100°С; валки—чугунные; диаметры нижнего и верхнего валков одинаковы—635 мм; окружная скорость—3,35 м/сек)

№ опыта	Размеры полосы					Размеры пояса деформации					Коэффициент К				
	$h_0$ (мм)	$b_0$ (мм)	$h_1$ (мм)	$b_1$ (мм)	$h_c$ (мм)	$b_c$ (мм)	$l_c$ (мм)	$\frac{b_c}{l_c}$	$\frac{l_c}{h_c}$	$\sigma_0$	$\frac{1}{\eta} = \frac{h_0}{h_1}$	$\beta = \frac{b_1}{b_0}$	$\lambda = \frac{1}{\eta\beta}$	по равенству (65)	по диаграмме (фиг. 18 и 19)
1	30,0	60,0	22,6	63,17 63,48	26,30	61,74	48,20	1,29	1,835	8°44'	1,327	1,053 1,069	1,260 1,255	0,920 0,840	0,860
2	30,0	50,0	22,6	53,20 53,43	26,30	51,72	48,20	1,075	1,835	8°44'	1,327	1,064 1,069	1,246 1,240	0,865 0,792	0,860
3	30,0	40,0	22,5	43,17 43,68	26,25	41,84	48,95	0,855	1,860	8°52'	1,337	1,079 1,092	1,237 1,225	0,810 0,710	0,835
4	30,1	30,0	22,4	32,50 33,22	26,25	31,61	49,30	0,635	1,875	8°56'	1,343	1,083 1,107	1,240 1,212	0,855 0,680	0,785
5	30,1	20,0	22,3	22,00 22,36	26,20	21,18	49,67	0,427	1,890	9°00'	1,349	1,100 1,118	1,225 1,205	0,770 0,666	0,660

Во всех опытах, приведенных в таблице 25, имеем небольшие углы захвата; следовательно, отступлений для коэффициента К, в зависимости от углов захвата, не может быть, и из всех этих опытов четыре опыта дали коэффициент К, определенный по диаграммам (фиг. 18 и 19), вне пределов, определяемых по равенству (65); из указанных четырех опытов в двух опытах (1-й и 6-й) он меньше нижнего предела, а в остальных двух (2-й и 3-й), наоборот, он больше верхнего предела по равенству (65); отсюда можем дать единственное объяснение этих отступлений, которое заключается в том, что действительная средняя ширина полосы после прокатки в этих опытах оказалась вне пределов ее, вычисленных в таблице 25.

Во всех опытах, данных в таблице 26, за исключением 3-го опыта, коэффициент К, определенный по диаграммам (фиг. 18 и 19), будет в пределах его величины по равенству (65).

Заканчивая на этом анализ опытов инж. Метца, считаем необходимым отметить, что обширное опытное исследование деформации прокатываемой полосы, произведенное инж. Метцом, могло бы дать очень ценные результаты, если бы во всех опытах было произведено планирование поперечного сечения полос после прокатки, как это было сделано в опытах, приведенных в таблице 18, на основании которых мы определили коэффициент трения скольжения.

Принимая во внимание, что коэффициент трения скольжения зависит от температуры нагрева и окружной скорости валков и что эти два фактора изменяются при прокатке в очень широких пределах,—определение коэффициента К по диаграммам (фиг. 18 и 19), которые вычислены при  $f_b = 0,315$ , будет давать грубо-приближенные результаты для всех случаев прокатки; в виду этого найдем поправочный коэффициент для числа К, когда коэффициент трения скольжения будет значительно больше или меньше его величины, которая нами взята при построении диаграммы.

С этой целью составлена таблица 27 для коэффициента К, в широком поясе деформации при угле захвата  $\alpha_0 = 10^\circ$ , в которой дано сравнение его величины при  $f_b = 0,315$  и  $f_b = 0,333$ ; при чем числа первых двух строк таблицы 27 взяты соответственно из таблиц 11 и 19.

Из последней таблицы видим, что удельная разность коэффициента К возрастает с увеличением отношения  $\frac{l_c}{h_c}$  — сначала близко к закону прямой, а затем быстро затухает, и в пределах отношения  $\frac{l_c}{h_c}$  от 0 до 6 можем приближенно выразить ее следующим равенством:

$$\frac{K - K_{0,333}}{K} = 0,0125 \frac{l_c}{h_c}$$

Далее, принимая приближенно, что удельная разность коэффициента К будет находиться в линейной зависимости от разности

коэффициента трения скольжения и принимая во внимание, что последняя разность в таблице 27 равна 0,018, получим следующее приближенное равенство для удельной разности коэффициента  $K$  при любой разности коэффициента трения скольжения:

$$\frac{K - K_f}{K} = 0,125 \frac{l_c}{h_c} \cdot \frac{f - 0,315}{0,018}$$

Отсюда:

$$\frac{K_f}{K} = 1 + 0,7 (0,315 - f) \frac{l_c}{h_c} \quad (69)$$

или, вводя, ради краткости, обозначение:

$$\delta_f = 1 + 0,7 (0,315 - f) \frac{l_c}{h_c},$$

имеем:

$$K_f = \delta_f K, \quad (70)$$

где через  $K_f$  обозначен коэффициент  $K$  при величине коэффициента трения скольжения, отличной от его величины  $f_D = 0,315$ , при которой вычислена диаграмма (фиг. 18).

Из равенства (70) видим, что поправочный коэффициент  $\delta_f$  зависит от величины  $f_D$  и отношения  $\frac{l_c}{h_c}$ ; численные значения для этого коэффициента приведены в таблице 28, по которой построена диаграмма (фиг. 20).

Таблица 28

Численные значения поправочного коэффициента ( $\delta_f$ ) в широком поясе деформации

$f_D \backslash \frac{l_c}{h_c}$	0	0,5	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0
0,280	1,0000	1,0122	1,0245	0,0490	1,0735	1,0980	1,1225	1,1470
0,290	1,0000	1,0087	1,0175	1,0350	1,0525	1,0700	1,0875	1,1050
0,300	1,0000	1,0052	1,0105	1,0210	1,0315	1,0420	1,0525	1,0630
0,310	1,0000	1,0017	1,0035	1,0070	1,0105	1,0140	1,0175	1,0210
0,315	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
0,320	1,0000	0,9983	0,9965	0,9930	0,9895	0,9860	0,9825	0,9790
0,330	1,0000	0,9948	0,9895	0,9790	0,9685	0,9580	0,9475	0,9370
0,340	1,0000	0,9913	0,9825	0,9650	0,9475	0,9300	0,9125	0,8950
0,350	1,0000	0,9878	0,9755	0,9510	0,9265	0,9020	0,8775	0,8530

Далее найдем поправочный коэффициент в длинном поясе деформации; с этой целью составлена таблица 29, в которой дано численное сравнение коэффициента  $K$ , при  $f_D = 0,310$  и  $f_D = 0,333$ , в длинном поясе деформации, при отношении  $\frac{b_c}{l_c}$ , равном 0,5; при

Таблица 27

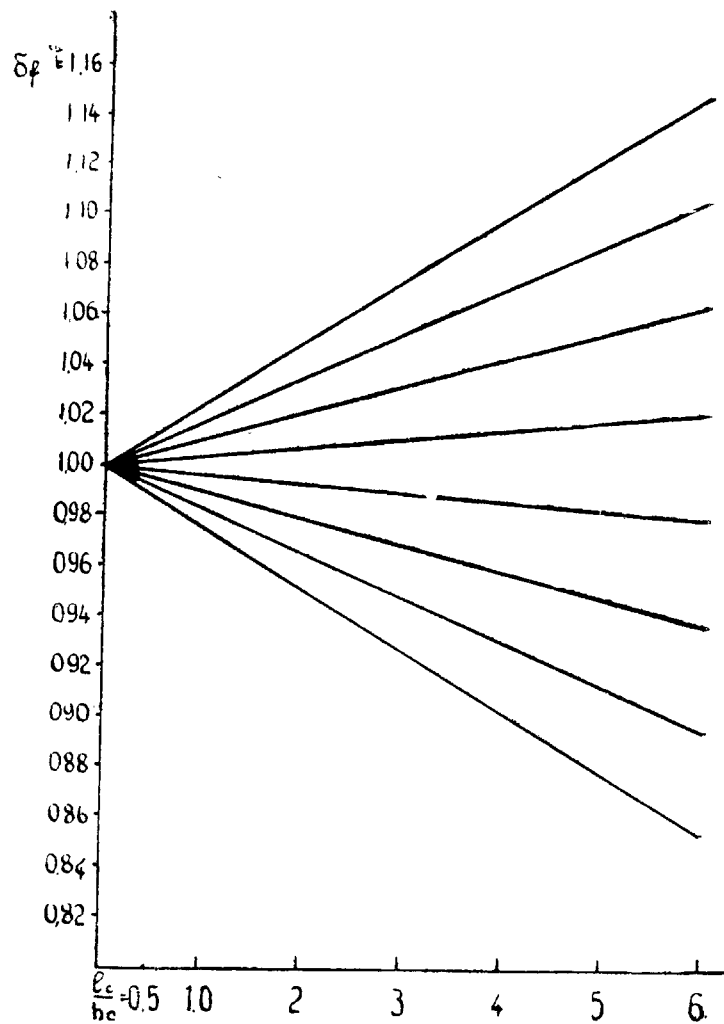
Численные значения коэффициента  $K$ , при  $f_D = 0,315$  и  $f_D = 0,333$ , в широком поясе деформации, при угле захвата  $\alpha_0 = 10^\circ$

$f_D \backslash \frac{l_c}{h_c}$	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0	6,0	8,0	10,0
0,315	0	0,385	0,615	0,757	0,890	1,025	1,165	1,430	1,675	1,905	2,280	2,660
0,333	0	0,380	0,605	0,740	0,865	0,990	1,120	1,348	1,570	1,760	2,090	2,430
$\frac{K - K_{0,333}}{K}$	0	0,0130	0,0160	0,0224	0,0282	0,0330	0,0385	0,0575	0,0635	0,0760	0,0835	0,0865

Таблица 29

Численные значения коэффициента  $K$ , при  $f_D = 0,315$  и  $f_D = 0,333$ , в длинном поясе деформации, при отношении  $\frac{b_c}{l_c} = 0,5$

$f_D \backslash \frac{l_c}{h_c}$	0	0,5	1,0	1,5	2	2,5	3,0	4,0	5,0	6,0	8,0	10,0
0,315	0	0,362	0,550	0,647	0,699	0,720	0,730	0,760	0,780	0,800	0,851	0,890
0,333	0	0,355	0,534	0,623	0,667	0,683	0,683	0,705	0,720	0,735	0,780	0,815
$\frac{K - K_{0,333}}{K}$	0	0,0193	0,0298	0,0370	0,0479	0,0515	0,0640	0,0730	0,0770	0,810	0,0885	0,845



Фиг. 20

чем числа первых двух строк взяты соответственно из таблиц 12 и 20.

Из последней таблицы видим, что удельная разность возрастает с увеличением отношения  $\frac{l_c}{h_c}$ ; при этом сначала возрастание идет близко к закону прямой, а затем быстро затухает, и в пределах отношения  $\frac{l_c}{h_c}$ , равного от 0 до 4, грубо-приближенно можем выразить удельную разность следующим равенством:

$$\frac{K - K_{0.333}}{K} = 0,02 \frac{l_c}{h_c}.$$

Отсюда, принимая приближенно линейную зависимость между этой удельной разностью и разностью коэффициентов трения скольжения, как это было принято нами при решении такого же вопроса в широком поясе деформации,— получим:

$$\frac{K - K_f}{K} = 0,02 \frac{l_c}{h_c} \cdot \frac{f_b - 0,315}{0,018}.$$

Из последнего равенства, после простых выкладок, получим:

$$\frac{K_f}{K} = 1 + 1,11 (0,315 - f_b) \frac{l_c}{h_c}. \quad (69 \text{ bis})$$

Отсюда для поправочного коэффициента  $\delta_f$  в длинном поясе деформации имеем следующее выражение:

$$\delta_f = 1,11 (0,315 - f_b) \frac{l_c}{h_c}.$$

Сравнивая последнее равенство с таким же для широкого пояса деформации, видим, что влияние коэффициента трения скольжения на коэффициент  $K$  в длинном поясе деформации более значительное и, очевидно, тем больше, чем длиннее пояс деформации, т. е. чем меньше  $\frac{b_c}{l_c}$ .

По последнему равенству вычислена таблица 30 и построена диаграмма (фиг. 21).

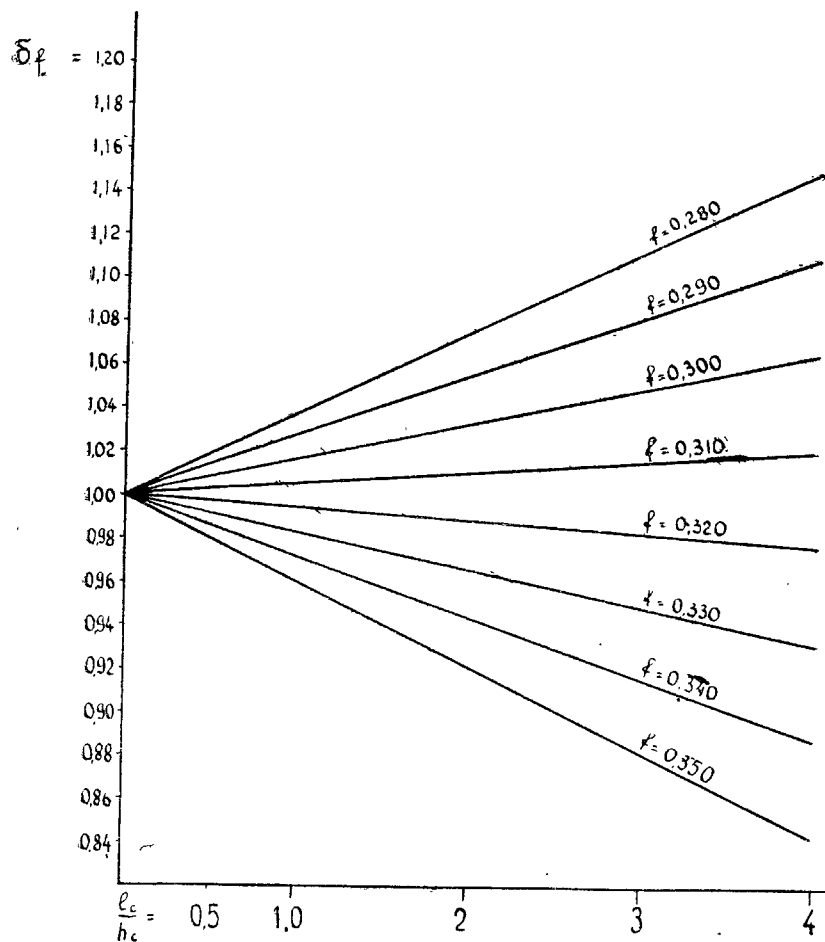
Таблица 30

Численные значения поправочных коэффициентов  $\delta_f$  в длинном поясе деформации

$f_b \backslash \frac{l_c}{h_c}$	0	0,5	1,0	2,0	3,0	4,0
0,280	1,0000	1,0194	1,0388	1,0776	1,1640	1,1552
0,290	1,0000	1,0139	1,0277	1,0555	1,0833	1,1110
0,300	1,0000	1,0083	1,0166	1,0333	1,0500	1,0666
0,310	1,0000	1,0028	1,0055	1,0110	1,0165	1,0220
0,315	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
0,320	1,0000	0,9972	0,9945	0,9890	0,9835	0,9780
0,330	1,0000	0,9917	0,9834	0,9667	0,9500	0,9334
0,340	1,0000	0,9861	0,9723	0,9445	0,9167	0,8890
0,350	1,0000	0,9806	0,9612	0,9224	0,8360	0,8448

Считаем необходимым отметить, что поправочные коэффициенты, вычисленные по диаграммам (фиг. 20 и 21),—грубо-приближенные.

Наконец, на основании таблиц 21 и 23 с результатами опытов инж. Метца, выясним поправку для коэффициента  $K$ , когда угол захвата больше угла трения.



Фиг. 21

Примем, что коэффициент  $K$  по равенству (65) в опыте № 7, результаты которого приведены в таблице 21, будет равен средне-арифметической величине его, т. е.:

$$K_{\alpha} = \frac{0,855 + 0,824}{2} = 0,840.$$

Величина этого коэффициента по диаграмме:  $K = 0,675$ .

Отсюда — удельная разность:

$$\frac{K_{\alpha} - K}{K} = \frac{0,840 - 0,675}{0,675} = 0,222.$$

Далее, принимая приближенно, что эта удельная разность будет пропорциональна разности между тангенсами угла захвата и угла трения и принимая во внимание, что разность между тангенсами этих углов в последнем опыте равна 0,1205, — получим следующее приближенное равенство для удельной разности:

$$\frac{K_{\alpha} - K}{K} = 1,85 (\operatorname{tg} \alpha_0 - 0,315).$$

Отсюда:

$$\frac{K_{\alpha}}{K} = 1 + 1,85 (\operatorname{tg} \alpha_0 - 0,315);$$

или, обозначая для краткости:

$$\delta_{\alpha} = 1 + 1,85 (\operatorname{tg} \alpha_0 - 0,315), \quad (71)$$

имеем:

$$K_{\alpha} = \delta_{\alpha} \cdot K,$$

где  $\delta_{\alpha}$  — искомый поправочный коэффициент, когда угол захвата больше угла трения.

Само собой понятно, что поправочный коэффициент  $\delta_{\alpha}$ , выведенный только на основании одного опыта, в котором нет точного определения средней действительной ширины полосы после прокатки, будет грубо-приближенный и нуждается в более точном исследовании.

Заканчивая на этом анализ опытного исследования, считаем необходимым отметить, что оно далеко не полно, и затронутые здесь вопросы требуют больших исследовательских работ, особенно вопросы коэффициента трения скольжения при разных температурах нагрева и разных окружных скоростях прокатки.

#### ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ

### УШИРЕНИЕ ПРОКАТЫВАЕМОЙ ПОЛОСЫ

#### 1. РАВЕНСТВА И ДИАГРАММЫ ДЛЯ РАСЧЕТА УШИРЕНИЯ И ВЫТЯЖКИ ПРОКАТЫВАЕМОЙ ПОЛОСЫ

Воспользуемся исследованным нами выше коэффициентом  $K$  для решения очень важного вопроса прокатки — вопроса уширения и вытяжки прокатываемой полосы.

Нам известно, что:

$$K = \frac{\lg \lambda_1}{\lg \frac{1}{\eta_h}};$$

подставляя сюда, на место  $\lg \lambda_1$  и  $\lg \frac{1}{\eta_h}$ , их выражения из равенств (20) и (21), имеем:

$$K = \frac{\lg \lambda - m \lg \frac{1}{\eta}}{\lg \frac{1}{\eta} - n \lg \lambda}.$$

Решая последнее равенство относительно  $\lg \lambda$ , получим:

$$\lg \lambda = \frac{m + K}{1 + nK} \cdot \lg \frac{1}{\eta}. \quad (72)$$

Далее, логарифмируя равенство (3), имеем:

$$\lg \eta + \lg \beta + \lg \lambda = 0.$$



Подставляя в последнее равенство, на место  $\lg \lambda$ , его выражение из предшествующего равенства, после простых выкладок получим:

$$\lg \beta = \left( 1 - \frac{m+K}{1+nK} \right) \cdot \lg \frac{1}{\eta}. \quad (73)$$

Вводя, ради краткости, обозначение:

$$\gamma = 1 - \frac{m+K}{1+nK}, \quad (74)$$

равенства (72) и (73) перепишем в следующем виде:

$$\lg \lambda = (1-\gamma) \cdot \lg \frac{1}{\eta}, \quad (72\text{bis})$$

$$\lg \beta = \gamma \cdot \lg \frac{1}{\eta}. \quad (73\text{bis})$$

Последние равенства представляют собой искомое решение уширения и вытяжки прокатываемой полосы. В самом деле, легко видеть, что, задаваясь обжатием данной полосы в валках данного диаметра, по последним равенствам найдем ширину и длину полосы после прокатки.

*Пример 1-й.* Дано: диаметр валков:  $D=996$  мм; размеры полосы:  $h_0=180$  мм;  $b_0=180$  мм;  $L_0=2000$  мм;  $\Delta h=65$  мм. Требуется: рассчитать ширину и длину полосы после выхода из валков при нормальном ее нагреве (950—1150°С).

*Решение.* 1) Толщина полосы после прокатки и коэффициент кратного ее изменения:

$$h_1 = h_0 - \Delta h = 180 - 65 = 115 \text{ мм},$$

$$\frac{1}{\eta} = \frac{h_0}{h_1} = \frac{180}{115} = 1,565.$$

2) Угол захвата:

$$\sin \frac{\alpha_0}{2} = \sqrt{\frac{\Delta h}{2D}} = \sqrt{\frac{65}{2 \cdot 996}} = 0,1835; \alpha_0 = 21^\circ.$$

3) Размеры пояса деформации и их отношения:

$$l_c = \sqrt{\frac{1}{2} \Delta h \cdot D} = \sqrt{0,5 \cdot 65 \cdot 996} = 179 \text{ мм},$$

$$h_c = \frac{h_0 + h_1}{2} = \frac{180 + 115}{2} = 147,5 \text{ мм}.$$

Принимая во внимание, что конечная ширина нам неизвестна, ширину пояса деформации для предварительного расчета принимаем равной начальной ширине полосы, т. е.:  $b_c = b_0 = 180$  мм,

и отношение  $\frac{h_c}{b_c} = 0,820$ .

4) По диаграмме (фиг. 8):  $m = 0,332$ .

По равенству (18):

$$n = \frac{1}{1 + \frac{h_c}{b_c}} = \frac{1}{1 + 0,820} = 0,550.$$

5) Коэффициент  $K$  по диаграмме 18 (при отношении  $\frac{l_c}{h_c} = 1,215$ ):

$$K = 0,622.$$

6) Показатель  $\gamma$  по равенству (74):

$$\gamma = 1 - \frac{m+K}{1+nK} = 1 - \frac{0,332+0,622}{1+0,55 \cdot 0,622} = 0,288.$$

7) Коэффициент ширины и уширение:

$$\lg \beta = \gamma \cdot \lg \frac{1}{\eta} = 0,288 \cdot 0,1945 = 0,05600; \beta = 1,140,$$

$$b_1 = \beta b_0 = 1,140 \cdot 180 = 206 \text{ мм}; \Delta b = 206 - 180 = 26 \text{ мм}.$$

8) Коэффициент длины (вытяжка) определим по равенству (3):

$$\lg \lambda = \frac{1}{\eta \beta} = \frac{1,565}{1,140} = 1,372; L_1 = \lambda \cdot L_0 = 1,372 \cdot 2 = 2,714 \text{ мм}.$$

Для более точного определения деформации, необходимо сделать перерасчет, при котором ширину пояса деформации следует взять, согласно рассчитанному  $b_1$ , т. е.:

$$b_c = \frac{b_0 + b_1}{2} = \frac{180 + 206}{2} = 193 \text{ мм}; \frac{l_c}{b_c} = \frac{147,5}{193} = 0,925; \frac{h_c}{b_c} = 0,765.$$

Отсюда — по диаграмме (фиг. 8):  $m = 0,360$ ;

$$\text{по равенству (18): } n = \frac{1}{1 + 0,265} = 0,566.$$

Легко видеть, что в данном примере с широким поясом деформации — коэффициент  $K$  при перерасчете остается прежним, так как в этом случае он определяется отношением  $\frac{l_c}{h_c}$  и углом захвата (фиг. 18); далее отметим, что если бы пример был с длинным поясом деформации, то пришлось бы перерасчитать и коэффициент  $K$ , ибо в этом случае перерасчет дал бы другое отношение  $\left( \frac{b_c}{l_c} \right)$  и, как это видно из диаграммы (фиг. 19), внес бы изменение коэффициента  $K$ .

Далее перерасчитаем показатель  $\gamma$ :

$$\gamma = 1 - \frac{0,360 + 0,622}{1 + 0,566 \cdot 0,622} = 0,275.$$

Отсюда:  $\lg \beta = \gamma \lg \frac{1}{\eta} = 0,275 \cdot 0,1945 = 0,05350; \beta = 1,130$ ;

$$b_1 = \beta b_0 = 1,130 \cdot 180 = 204 \text{ мм}; \Delta b = 204 - 180 = 24 \text{ мм}.$$

Таким образом, перерасчет дал уменьшение ширины на 2 мм. Перерасчета длины не приводим, так как он понятен из предыдущего.

Кстати отметим что для решенного выше примера нами взят опыт, результаты которого приведены в статье проф. Таффеля<sup>1</sup>, при чем рассчитанная выше ширина полосы совпадает с таковой же в опыте.

Из решенного выше примера видим, что определение уширения прокатываемой полосы сопряжено со сложными вычислениями; в виду этого займемся построением диаграмм, облегчающих этот расчет.

Ниже помещена таблица 31 для показателя  $\gamma$ , вычисленная по равенству (74), и построенная по ней диаграмма (фиг. 22).

При вычислении таблицы 31, по которой построена диаграмма (фиг. 22), коэффициент  $K$  в широком поясе деформации определялся по кривой диаграммы (фиг. 18), при угле захвата  $\alpha_0 = 15^\circ$ . Если угол захвата в широком поясе деформации значительно отличается от  $15^\circ$ , то диаграмма (фиг. 22) будет давать грубо-приближенный показатель  $\gamma$ , особенно, когда число  $m$ , входящее в равенство (74), будет незначительно, а это число

тем меньше, чем больше отношение  $\frac{l_c}{b_c}$ , т. е. в широком поясе деформации число  $m$  будет тем меньше, чем ближе к единице отношение  $\frac{l_c}{b_c}$ . Последнее надо иметь в виду при точных расчетах уширения прокатываемой полосы, и в этом случае надо рассчитывать показатель  $\gamma$  по равенству (74).

Далее, для облегчения расчета уширения, займемся построением диаграммы для относительного (удельного) уширения; с этой целью, снимая знак  $lg$  в равенстве (73 bis), получим:

$$\beta = \left(\frac{1}{\eta}\right)^\gamma. \quad (75)$$

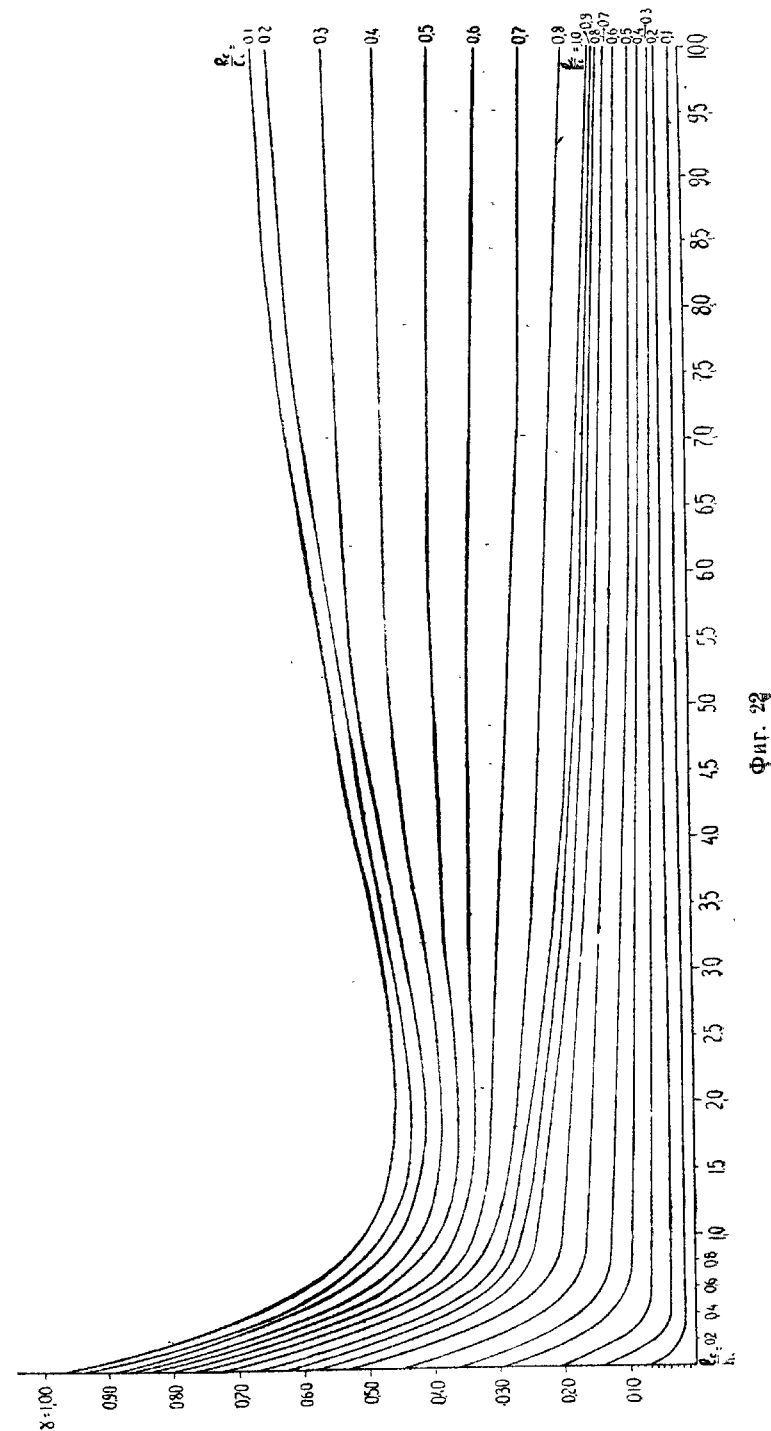
Принимая во внимание, что  $\beta = 1 + \frac{\Delta b}{b_0}$  и подставляя это в последнее равенство, — получим искомое равенство для удельного уширения:

$$\frac{\Delta b}{b_0} = \left(\frac{1}{\eta}\right)^\gamma - 1. \quad (76)$$

По последнему равенству вычислена таблица 32, по которой построена диаграмма (фиг. 23).

По диаграмме (фиг. 23), при данном  $\frac{1}{\eta}$  и  $\gamma$ , легко определить удельное уширение, а по последнему — абсолютное уширение и конечную ширину прокатываемой полосы.

<sup>1</sup>«Stahl und Eisen», 1925, № 6.



Фиг. 22

Таблица 31

Численные значения показателя  $\gamma$  в равенстве (73bis)

$\frac{l_c}{b_c}$	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0	6,0	8,0	10,0
0,1	0,075	0,015	0,015	0,015	0,015	0,015	0,015	0,015	0,015	0,015	0,015	0,015
0,2	0,150	0,037	0,037	0,037	0,037	0,037	0,037	0,037	0,037	0,037	0,037	0,037
0,3	0,225	0,070	0,068	0,067	0,066	0,065	0,064	0,062	0,060	0,058	0,054	0,050
0,4	0,300	0,112	0,095	0,092	0,090	0,087	0,085	0,082	0,078	0,075	0,070	0,065
0,5	0,375	0,155	0,128	0,124	0,120	0,116	0,112	0,105	0,096	0,093	0,087	0,080
0,6	0,450	0,208	0,165	0,160	0,152	0,145	0,140	0,132	0,125	0,125	0,108	0,100
0,7	0,525	0,262	0,205	0,195	0,184	0,178	0,168	0,164	0,140	0,135	0,126	0,115
0,8	0,588	0,305	0,239	0,225	0,213	0,200	0,190	0,173	0,162	0,152	0,140	0,127
0,9	0,630	0,342	0,265	0,245	0,230	0,216	0,204	0,185	0,175	0,163	0,150	0,137
1,0	0,667	0,368	0,285	0,265	0,246	0,231	0,218	0,196	0,184	0,170	0,156	0,143
$\frac{l_c}{b_c}$	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0	6,0	8,0	10,0
0,8	0,773	0,413	0,310	0,288	0,272	0,267	0,255	0,235	0,217	0,210	0,200	0,185
0,7	0,767	0,445	0,338	0,316	0,308	0,305	0,300	0,290	0,280	0,270	0,255	0,248
0,6	0,800	0,475	0,376	0,340	0,332	0,334	0,336	0,340	0,340	0,330	0,325	0,315
0,5	0,833	0,509	0,395	0,365	0,358	0,367	0,376	0,383	0,392	0,395	0,395	0,390
0,4	0,867	0,539	0,424	0,390	0,388	0,395	0,406	0,435	0,454	0,461	0,467	0,472
0,3	0,900	0,567	0,455	0,416	0,410	0,420	0,435	0,465	0,495	0,520	0,540	0,553
0,2	0,937	0,610	0,479	0,436	0,433	0,440	0,455	0,490	0,521	0,554	0,608	0,637
0,1	0,967	0,639	0,510	0,465	0,455	0,459	0,470	0,508	0,544	0,575	0,632	0,660

Таблица 32

Численные значения относительного уширения прокатываемой полосы  $\left(\frac{\Delta b}{b_0}\right)$ 

$\frac{l_c}{b_c}$	$\frac{1}{\eta}$	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
0,1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,2	0	0,0096	0,0184	0,0266	0,0332	0,0382	0,0412	0,0481	0,0544	0,0605	0,0663	0,0714
0,3	0	0,0193	0,0372	0,0532	0,0682	0,0795	0,0845	0,0986	0,1120	0,1249	0,1371	0,1490
0,4	0	0,0290	0,0562	0,0819	0,1060	0,1260	0,1293	0,1515	0,1718	0,1928	0,2122	0,2313
0,5	0	0,0388	0,0755	0,1106	0,1440	0,1761	0,1761	0,2070	0,2360	0,2646	0,2920	0,3195
0,6	0	0,0488	0,0954	0,1402	0,1833	0,2243	0,2243	0,2652	0,3033	0,3417	0,3784	0,4145
0,6	0	0,0589	0,1155	0,1703	0,2234	0,2734	0,2734	0,3272	0,3745	0,4227	0,4700	0,5155

В заключение приведем примеры на расчет уширения.  
*Пример 1-й.* Дано: диаметр валков:  $D=996$  мм; начальные размеры поперечного сечения полосы:  $h_0=180$  мм,  $b_0=180$  мм,  $\Delta h=34,5$  мм. Требуется: рассчитать ширину полосы после прокатки при нормальной температуре нагрева.

*Решение.* 1) Толщина полосы после прокатки и коэффициент толщины:

$$h_1 = h_0 - \Delta h = 180 - \frac{43,5}{2} = 136 \text{ мм};$$

$$\frac{1}{\eta} = \frac{180}{136,5} = 1,319.$$

2) Угол захвата:

$$\sin \frac{\alpha_0}{2} = \sqrt{\frac{\Delta h}{2D}} = \sqrt{\frac{43,5}{2 \cdot 996}} = 0,1475; \alpha_0 = 17^\circ.$$

3) Размеры пояса деформации и их отношения:

$$l_c = \frac{1}{2} D \sin \alpha_0 = 0,5 \cdot 996 \sin 17^\circ = 145,6 \text{ мм};$$

$$h_c = \frac{h_0 + h}{2} = 158 \text{ мм}; \quad b_0 \approx b_0 = 180 \text{ мм};$$

$$\frac{l_c}{h_c} = \frac{145,6}{158,55} = 0,919; \quad \frac{l_c}{b_c} = \frac{145,6}{180} = 0,810.$$

4) Принимая во внимание, что угол захвата ( $\alpha_0=17^\circ$ ) незначительно больше  $15^\circ$  и меньше угла трения, можем приблизительно определить показатель  $\gamma$  по диаграмме (фиг. 22), в которой при отношении  $\frac{l_c}{b_c}$ , равном 0,81, и отношении  $\frac{l_c}{h_c}$ , равном 0,919, показатель  $\gamma$  равен 0,260.

5) Удельное уширение полосы при  $\frac{1}{\eta} = 1,319$  и  $\gamma = 0,260$  по диаграмме (фиг. 23):

$$\frac{\Delta b}{b_0} = 0,072; \Delta b = 0,072 \cdot 180 = 13 \text{ мм}; b_1 = 193 \text{ мм}.$$

Перерасчет:

$$1) b_c = \frac{b_0 + b_1}{2} = \frac{180 + 193}{2} = 186,5 \text{ мм}; \frac{l_c}{b_c} = \frac{145,6}{186,5} = 0,782.$$

2) Показатель  $\gamma$  по диаграмме (фиг. 22):  $\gamma = 0,244$ .

3) Удельное уширение полосы, при  $\gamma = 0,244$  и  $\frac{1}{\eta} = 1,319$ , по диаграмме (фиг. 23):

$$\frac{\Delta b}{b_0} = 0,070; \Delta b = 0,07 \cdot 180 = 12,6 \text{ мм}; b_1 = 192,6 \text{ мм}.$$

В этом примере взят опыт, приведенный в статье проф. Таффеля, при чем опыт дал ширину полосы после прокатки, равную 192,8 мм; отсюда видим, что расхождение с рассчитанной шириной составляет 0,2 мм, т. е. не превышает точности приближенных расчетов по диаграммам.

*Пример 2-й.* Дано: диаметр валков:  $D = 996$  мм; начальные размеры поперечного сечения прокатываемой полосы:  $h_0 = 180$  мм,  $b_0 = 180$  мм,  $\Delta h = 93,5$  мм. Требуется: рассчитать ширину полосы после прокатки при нормальной температуре нагрева.

*Решение.* 1) Конечная толщина и коэффициент толщины:

$$h_1 = h_0 - \Delta h = 180 - 93,5 = 86,5 \text{ мм}; \frac{1}{\eta} = \frac{h_0}{h_1} = \frac{180}{86,5} = 2,081.$$

2) Угол захвата:

$$\sin \frac{\alpha_0}{2} = \sqrt{\frac{\Delta h}{2D}} = \sqrt{\frac{93,5}{2 \cdot 996}} = 0,2165; \alpha_0 = 25^\circ.$$

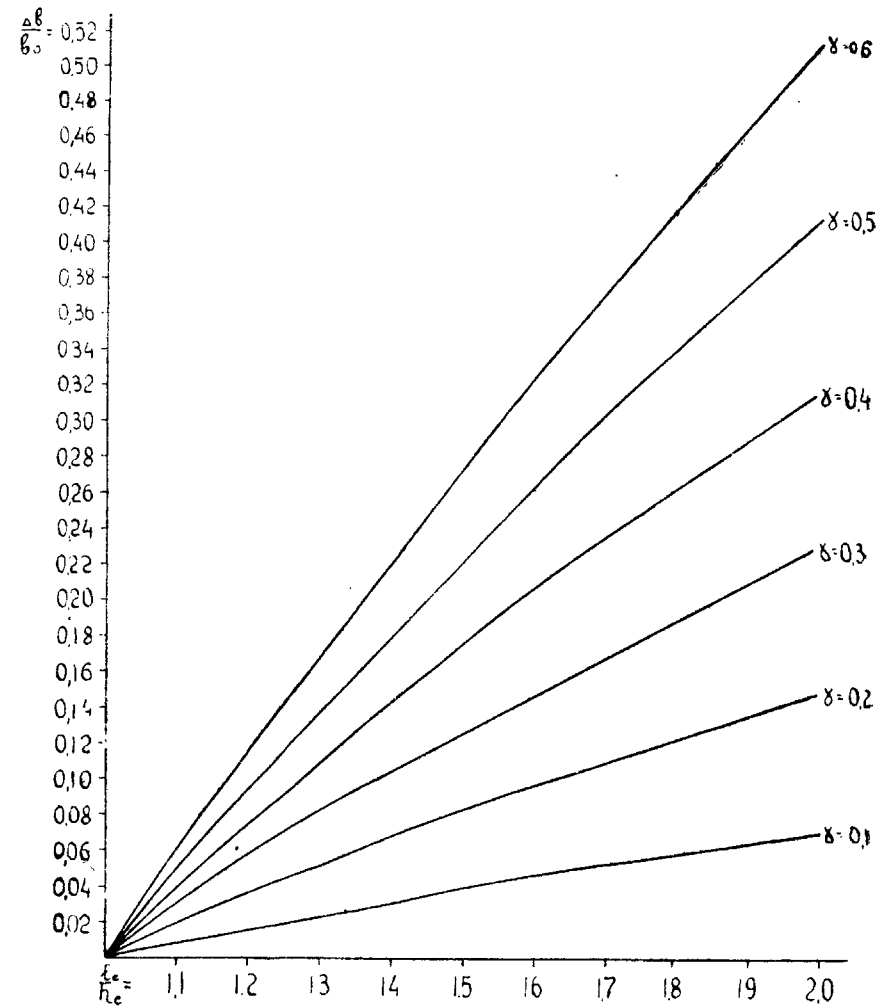
3) Размеры пояса деформации и их отношения:

$$l_c = \frac{1}{2} D \sin \alpha_0 = 0,5 \cdot 996 \cdot \sin 25^\circ \cong 210 \text{ мм};$$

$$h_c = \frac{h_0 + h_1}{2} = \frac{180 + 86,5}{2} = 133,25 \text{ мм}; b_c = b_0 \cong 180 \text{ мм};$$

$$\frac{b_c}{l_c} = \frac{180}{210} = 0,855; \frac{l_c}{h_c} = \frac{210}{133,25} = 1,575; \frac{h_c}{b_c} = \frac{133,25}{180} = 0,740.$$

4) Из размеров пояса деформации видим, что он—длинный, но принимая во внимание, что отношение  $\frac{b_c}{l_c}$  близко к единице и



Фиг. 23

что угол захвата—большой,—находим коэффициент  $K$  по диаграмме (фиг. 18):  $K = 0,670$ .

Так как угол захвата значительно больше угла трения, находим поправочный множитель для коэффициента  $K$  по равенству (71):

$$\delta_\alpha = 1 + 1,85 (\operatorname{tg} 25^\circ - 0,315) = 1,272.$$

$$K = 1,272 \cdot 0,670 = 0,8525.$$

5) Показатель  $\gamma$  рассчитаем по равенству (74), так как диаграмма (фиг. 22) рассчитана только для угла захвата  $\alpha_0 = 15^\circ$  и дает очень грубые результаты для показателя в данном примере:

<sup>1</sup>«Stahl und Eisen», 1925, № 6.

$$\gamma = 1 - \frac{m + K}{1 + nK}$$

где:

$$m = \frac{1}{3} \cdot \frac{b_c}{l_c} = \frac{1}{3} \cdot 0,855 = 0,285; n = \frac{1}{1 + \frac{h_c}{b_c}} = \frac{1}{1 + 5,740} = 0,575.$$

Отсюда:

$$\gamma = 1 - \frac{0,285 + 0,8525}{1 + 0,575 \cdot 0,8525} = 0,235.$$

6) Так как диаграмма удельного уширения (фиг. 23) построена только до  $\frac{1}{\eta} = 2$ , а в данном примере  $\frac{1}{\eta} = 2,081$ , рассчитаем ширину по равенству (73 bis):

$$\lg \beta = \gamma \cdot \lg \frac{1}{\eta} = 0,235 \cdot \lg 2,081 = 0,07490; \beta = 1,188;$$

$$b_1 = \beta b_0 = 1,188 \cdot 180 = 214,8 \text{ мм}; \Delta b = b_1 - b_0 = 214,8 - 180 = 34,8 \text{ мм}.$$

Перерасчет:

$$1) \quad b_c = \frac{b_0 + b_1}{2} = \frac{180 + 214,8}{2} = 197,4; \frac{b_c}{l_c} = \frac{197,5}{210} = 0,94; \frac{h_c}{b_c} = \frac{133,25}{197,4} = 0,675;$$

$$m = \frac{1}{3} \cdot \frac{b_c}{l_c} = \frac{1}{3} \cdot 0,940 = 0,313; n = \frac{1}{1 + \frac{h_c}{b_c}} = \frac{1}{1 + 0,675} = 0,597.$$

2) Показатель  $\gamma$  по равенству (74):

$$\gamma = 1 - \frac{m + K}{1 + nK} = 1 - \frac{0,313 + 0,8525}{1 + 0,597 \cdot 0,8525} = 0,230.$$

3) Ширина полосы и уширение:

$$\lg \beta = \gamma \lg \frac{1}{\eta} = 0,230 \lg 2,081 = 0,0732; \beta = 1,184.$$

$$b_1 = \beta b_0 = 1,184 \cdot 180 = 213,1 \text{ мм}; \Delta b = b_1 - b_0 = 33,2 \text{ мм}.$$

Для этого примера взят опыт из той же статьи проф. Таффеля. Опыт дал ширину полосы после прокатки, равную 214,2 мм; а уширение — равное 34,2 мм.

Рассчитанное уширение меньше на 1 мм по сравнению с измеренным, такое расхождение вполне объясняется как неточностью измерения средней действительной ширины полосы, так и приближенными расчетами вообще.

Займемся выяснением соотношения между уширением и обжатием прокатываемой полосы; выяснение этого вопроса необходимо для того, чтобы облегчить расчеты уширения прокатываемой полосы, а также и для решения других вопросов калибровки прокатных валков, которые будут изложены в следующей части курса. Выведем равенство для отношения  $\frac{\Delta b}{\Delta h}$ , которое мы получим из следующих простых выкладок.

Согласно принятым нами обозначениям, имеем следующее очевидное равенство:

$$\Delta h = (1 - \eta) h_0.$$

Далее, из равенства (75) имеем:

$$\Delta b = \left[ \left( \frac{1}{\eta} \right)^\gamma - 1 \right] b_0.$$

Наконец, разделив последние два равенства почленно, получим искомое равенство:

$$\frac{\Delta b}{\Delta h} = \frac{\left( \frac{1}{\eta} \right)^\gamma - 1}{1 - \eta} \cdot \frac{b_0}{h_0}; \quad (77)$$

вводя ради краткости обозначение:

$$\delta = \frac{\left( \frac{1}{\eta} \right)^\gamma - 1}{1 - \eta}, \quad (78)$$

перепишем равенство (77) в следующем простом виде:

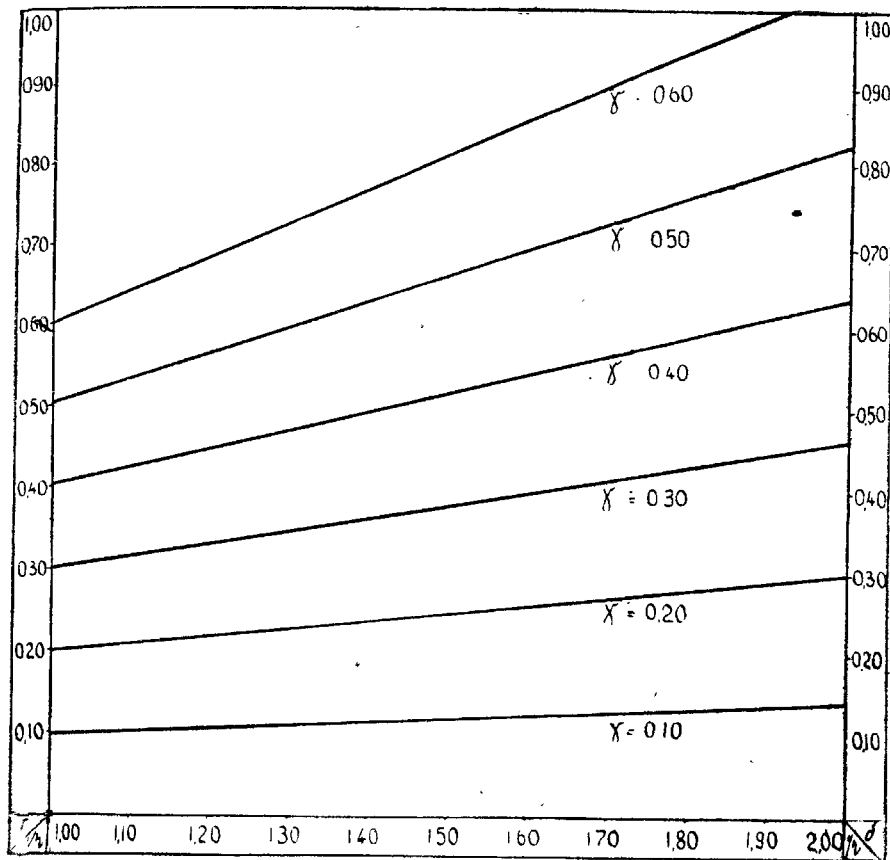
$$\frac{\Delta b}{\Delta h} = \delta \frac{b_0}{h_0}.$$

Ниже приводим таблицу 33 для коэффициента  $\delta$  и построенную по ней диаграмму (фиг. 24).

Таблица 33

Численные значения коэффициента  $\delta$

$\gamma \backslash \frac{1}{\eta}$	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,60	1,70	1,80	1,90	2,0
0,1	0,1055	0,1103	0,1152	0,1196	0,1232	0,1233	0,1324	0,1362	0,1400	0,1437
0,2	0,2126	0,2228	0,2300	0,2433	0,2535	0,2628	0,2724	0,2811	0,2891	0,2980
0,3	0,3190	0,3368	0,3548	0,3713	0,3880	0,4038	0,4178	0,4336	0,4475	0,4626
0,4	0,4277	0,4525	0,4800	0,5035	0,5283	0,5522	0,5738	0,5738	0,6162	0,6390
0,5	0,5375	0,5720	0,6075	0,6415	0,6730	0,7070	0,7375	0,7680	0,7980	0,8290
0,6	0,6477	0,6930	0,7378	0,7826	0,8272	0,8272	0,9103	0,9524	0,9918	1,0310



Фиг. 24

Из диаграммы (фиг. 24) видим, что влияние  $\frac{1}{\eta}$  на коэффициент  $\delta$  зависит от показателя  $\gamma$ , при чем влияние это, незначительное при небольшом показателе  $\gamma$ , возрастает с увеличением последнего. Далее из той же диаграммы видим, что показатель  $\gamma$  сильно влияет на коэффициент  $\delta$ , и последний при данном  $\frac{1}{\eta}$  равномерно возрастает с увеличением показателя  $\gamma$ .

Показатель  $\gamma$ , как это видно из равенства (74), определяется формой пояса деформации (числа  $m$  и  $n$ ) и коэффициентом  $K$ , который в свою очередь в значительной степени зависит также от формы пояса деформации; отсюда легко догадаться, что коэффициент  $\delta$  определяется главным образом формой пояса деформации, или, точнее, соотношением между длиной, шириной и высотой пояса деформации. Следовательно, если при прокатке двух данных полос соотношение размеров пояса деформации соответственно незначительно отличается друг от друга, то коэффициент  $\delta$  и отношение  $\frac{\Delta b}{\Delta h}$  будут также незначительно от-

личаться друг от друга; так, например, при прокатке в прямоугольных ручьях, в которых отношение  $\frac{b_0}{h_0}$  незначительно отличается от единицы, при обычных нормальных соотношениях размеров сечения полос к диаметру валков, отношение  $\frac{\Delta b}{\Delta h}$  колеблется в тесных пределах, а именно от 0,1 до 0,4.

На основании этих пределов, при расчете уширения полосы мы можем предварительно приближенно задаваться этим уширением и избежать вторичного перерасчета его.

**Пример 3-й.** Дано: диаметр валков:  $D = 650$  мм; размеры начального сечения полосы:  $h_0 = 120$  мм;  $b_0 = 130$  мм;  $\Delta h = 30$  мм. Требуется: рассчитать уширение полосы.

**Решение.** 1) Конечная толщина и коэффициент толщины:  
 $h_1 = h_0 - \Delta h = 120 - 30 = 90$  мм;  $\frac{1}{\eta} = \frac{h_0}{h_1} = \frac{120}{90} = 1,333$ .

2) Угол захвата:  $\alpha_0 = 2 \arcsin \sqrt{\frac{\Delta h}{2D}} = 2 \arcsin \sqrt{\frac{30}{2 \cdot 650}} = 17^\circ 30'$ .

3) Размеры пояса деформации и их отношения:

$$l_c = \frac{1}{2} D \sin \alpha_0 = 0,5 \cdot 650 \sin 17^\circ 30' = 98 \text{ мм},$$

$$h_c = \frac{120 + 90}{2} = 105 \text{ мм}.$$

Для предварительного определения средней ширины пояса деформации, зададимся отношением:  $\frac{\Delta b}{\Delta h} = 0,25$ ;

$$\text{Отсюда: } \Delta b = 0,25 \cdot 30 = 7,5 \text{ мм};$$

$$b_c = b_0 + \frac{1}{2} \Delta b = 130 + 3,75 = 133,75 \text{ мм};$$

$$\frac{l_c}{h_c} = \frac{98,0}{105} = 0,933; \quad \frac{l_c}{b_c} = \frac{98,0}{133,75} = 0,732.$$

4) Принимая во внимание, что угол захвата незначительно отличается от  $15^\circ$ , показатель  $\gamma$  находим по диаграмме (фиг. 22),

которая, при отношениях:  $\frac{l_c}{h_c} = 0,993$  и  $\frac{l_c}{b_c} = 0,732$ , даст:  $\gamma = 0,224$ .

5) Удельное уширение, при показателях:  $\gamma = 0,224$  и  $\frac{1}{\eta} = 1,333$ , по диаграмме (фиг. 23) будет:  $\frac{\Delta b}{b_0} = 0,065$ .

$$\text{Отсюда: } \Delta b = 0,066 \times 130 = 8,5 \text{ мм}; \quad b_1 = 138,5 \text{ мм}.$$

Принимая во внимание, что рассчитанное уширение незначительно больше предварительно взятого нами уширения, вторичного перерасчета его не требуется, ибо он даст нам настолько

ничтожную разность, что практически придется ею пренебречь. В заключение настоящей главы рассмотрим еще факторы, влияющие на уширение прокатываемой полосы.

## 2. ФАКТОРЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ УШИРЕНИЕ ПРОКАТЫВАЕМОЙ ПОЛОСЫ

Из равенства (75) видим, что удельное уширение определяется двумя величинами: коэффициентом изменения толщины  $\left(\frac{1}{\eta}\right)$  и показателем  $\gamma$ ; последний же определяется равенством (74), в которое входят числа  $m$  и  $n$ , определяемые соответственно отношениями  $\frac{l_c}{b_c}$  и  $\frac{h_c}{b_c}$  (см. равенства 12, 13 и 18) и коэффициентом  $K$ , определяемым при нормальных условиях прокатки в широком и длинном поясах деформации соответственно равенствами (62) и (63), в которые входят отношения  $\frac{l_c}{h_c}$  и  $\frac{l_c}{b_c}$ , угол захвата и коэффициент трения скольжения ( $f_b$ ) (мы не упоминаем здесь о входящем в эти равенства отношении  $\frac{q}{q_1}$ , ибо оно является функцией отношения  $\frac{l_c}{h_c}$ ); при этом коэффициент трения скольжения в свою очередь зависит от температуры и скорости прокатки, а также от состояния поверхности валков, материала валков и, надо предполагать, от сорта прокатываемого металла.

Таким образом, мы имеем много факторов, влияющих на уширение прокатываемой полосы, которые можем разбить на следующие четыре категории: 1) величина деформации; 2) соотношения между размерами пояса деформации (форма пояса деформации); 3) коэффициент трения скольжения; 4) угол захвата, при чем последний фактор, когда он меньше угла трения, не влияет на уширение в длинном поясе деформаций, т. е. когда  $\frac{b_c}{l_c} < 0,8$ .

Остановим наше внимание на выяснении влияния каждого из этих факторов.

1) Влияние величины деформации  $\left(\frac{1}{\eta}\right)$  на уширение—вполне понятно, и с увеличением коэффициента толщины, при прокатке данной полосы в валках данного диаметра, уширение полосы (удельное и абсолютное) будет возрастать; мы здесь обратим внимание только на то, что абсолютное уширение полосы будет возрастать быстрее, чем обжатие, т. е. отношение  $\frac{\Delta b}{\Delta}$  будет возрастать с увеличением коэффициента толщины (особенно при нормальных условиях прокатки). В этом убеждают нас таблицы 21, 22 и 25 с результатами опытов Метца, в которых отношение

$\frac{\Delta b}{\Delta h}$  возрастает с увеличением коэффициента толщины. Особенно сильно отношение возросло в последней таблице, в которой углы захвата в последних проходах меньше угла трения (нормальные условия прокатки), а именно: в первом проходе действительная средняя ширина полосы после прокатки близка к 40,65 мм, а в последнем проходе она равна 47,77 мм, отсюда будем иметь:

$$\text{в первом проходе: } \frac{\Delta b}{\Delta h} = \frac{40,65 - 40}{23,9 - 21,6} = 0,282;$$

$$\text{в последнем проходе: } \frac{\Delta b}{\Delta h} = \frac{47,77 - 40}{40 - 22,9} = 0,455.$$

Таким образом, при увеличении коэффициента толщины от 1,106 до 1,746 отношение  $\frac{\Delta b}{\Delta h}$  возросло от 0,282 до 0,455, т. е. на  $\frac{0,455 - 0,282}{0,282} \cdot 100 = 61\%$ .

Такой же подсчет в опытах таблицы 21, где в последнем опыте угол захвата значительно больше угла трения (частичное буксование), указывает, что при увеличении коэффициента толщины от 1,195 до 1,936 отношение  $\frac{\Delta b}{\Delta h}$  возрастает от 0,249 до

$$0,334, \text{ т. е. на } \frac{0,334 - 0,224}{0,249} \cdot 100 = 34\%.$$

Таким образом, в последних опытах частичное буксование уменьшило возрастание отношения  $\frac{\Delta b}{\Delta h}$ .

Возрастание отношения  $\frac{\Delta b}{\Delta h}$  с увеличением коэффициента толщины, при прокатке полосы данного поперечного сечения в валках данного диаметра, нам будет понятно, если примем во внимание, что с увеличением обжатия средняя длина пояса деформации возрастает, как это видно из равенства (1); следовательно, и отношение  $\frac{l_c}{b_c}$  возрастает, а с увеличением этого отношения, как будет выяснено ниже, уширение тоже возрастает; таким образом, в данном случае уширение возрастает под действием двух факторов, а именно: вследствие увеличения деформации и вследствие увеличения отношения  $\frac{l_c}{b_c}$ , в виду этого уширение увеличивается быстрее, чем обжатие, и отношение  $\frac{\Delta b}{\Delta h}$  возрастает.

2) Теперь выясним влияния формы пояса деформации, или, точнее, соотношение его размеров на уширение прокатываемой

полосы; при этом сначала выясним одно весьма важное обстоятельство, а именно: два размера пояса деформации — средняя ширина и средняя высота, — как известно, представляют собой размер среднего поперечного сечения прокатываемой полосы; средняя же длина пояса деформации при данном обжатии зависит от диаметра валков и, как это видно из равенства (1), пропорциональна корню квадратному из диаметра; следовательно, влияние отношений  $\frac{l_c}{h_c}$  и  $\frac{l_c}{b_c}$  на уширение данной полосы при данном обжатии есть, по существу, влияние диаметра валков на уширение прокатываемой полосы. Таким образом, влияние соотношений размеров пояса деформации на уширение надо рассматривать, как влияние размеров поперечного сечения прокатываемой полосы и диаметра валков, или, точнее, как влияние соотношения между диаметром валков и размерами поперечного сечения полосы и последних между собой.

а) Рассмотрим сначала влияние отношения  $\frac{l_c}{b_c}$  на уширение.

Это отношение является одним из самых важных факторов, определяющих уширение прокатываемой полосы, и с увеличением этого отношения коэффициент ширины ( $\beta$ ), удельное уширение ( $\frac{\Delta b}{b_0}$ ) и абсолютное уширение ( $\Delta b$ ) прокатываемой полосы при данной ее ширине будут возрастать; это возрастание нам будет понятно, если мы примем во внимание, что уширение создается сжатием, растяжение же лишь только уменьшает его, и что объем, смещаемый в ширину, при данном обжатии возрастает с увеличением отношения  $\frac{l_c}{b_c}$  за счет уменьшения объема, смещаемого вдоль полосы, как это наглядно видно на фиг. 7 и 7а.

Из диаграммы (фиг. 22) и равенств (75) и (76) легко видеть возрастание коэффициента ширины и удельного уширения; в самом деле, по диаграмме (фиг. 22) показатель  $\gamma$ , при данном отношении  $\frac{l_c}{h_c}$ , возрастает с увеличением отношения  $\frac{l_c}{b_c}$  или, что то же, с уменьшением обратного отношения  $\frac{b_c}{l_c}$ ; следовательно, согласно равенств (75) и (76), при данном коэффициенте толщины, коэффициент ширины и удельное уширение будут возрастать с увеличением отношения  $\frac{l_c}{b_c}$ .

Отсюда нам будет понятен следующий вывод: при данном коэффициенте толщины и данной ширине полосы уширение будет возрастать с увеличением диаметра валков, или следующий вывод в более общем виде: *при данном коэффициенте толщины уширение возрастает с увеличением отношения диаметра валков к ширине прокатываемой полосы.* Полученный вывод общеизвестен и наглядно подтверждается результатами опытов, приведенных в указанных выше таблицах.

б) Далее рассмотрим влияние отношения  $\frac{l_c}{h_c}$  на уширение прокатываемой полосы. Влияние этого отношения на уширение нам будет понятно, если мы примем во внимание, что оно является основным фактором, определяющим коэффициент  $K$ , и что с увеличением этого коэффициента уширение прокатываемой полосы уменьшается, ибо увеличение его (коэффициента  $K$ ) сопряжено с увеличением растяжения за счет уменьшения сжатия прокатываемой полосы, как это следует из математического его смысла ( $K = \frac{\lg(\lambda_1)}{\lg\left(\frac{1}{\eta_h}\right)}$ ), а последнее, как легко догадаться, со-

пряжено с уменьшением уширения прокатываемой полосы. Тот же самый вывод дает нам равенство (74), определяющее показатель  $\gamma$ ; в самом деле, из этого равенства, принимая во внимание, что числа  $m$  и  $n$  меньше единицы, видим, что с увеличением коэффициента  $K$  дробь  $\frac{m+K}{1+nK}$  увеличивается; следовательно, показатель  $\gamma$  уменьшается; отсюда, согласно равенства (75) и (76), с увеличением коэффициента  $K$  коэффициент ширины и удельное уширение уменьшаются.

Из диаграммы (фиг. 22) видим, что зависимость коэффициента  $K$  от отношения  $\frac{l_c}{h_c}$  сложная, но при изменении этого отношения от 0 до 2, при любом отношении  $\frac{l_c}{b_c}$ , коэффициент  $K$  увеличивается, и особенно интенсивно — в пределах изменения отношения  $\frac{l_c}{h_c}$  от 0 до 1 при  $\frac{l_c}{b_c} > 0,5$  и в пределах изменения отношения  $\frac{l_c}{h_c}$  от 0 до 0,5 при  $\frac{l_c}{b_c} < 0,5$ .

Отсюда, принимая во внимание, что с уменьшением коэффициента  $K$  удельное уширение возрастает, видим, что с увеличением  $\frac{l_c}{h_c}$  от 0 до 2 — уширение уменьшается.

Если же отношение  $\frac{l_c}{h_c} > 2$ , то влияние его на коэффициент  $K$  — вообще незначительно; следовательно, изменение  $\frac{l_c}{h_c}$ , когда  $\frac{l_c}{h_c} > 2$ , вообще слабо влияет на уширение; более заметное влияние будет лишь при очень большом отношении  $\frac{l_c}{b_c}$  или, что то же, при очень малом обратном отношении  $\frac{b_c}{l_c}$  (как это показано на диаграмме на фиг. 22); при чем здесь зависимость будет об-



ратная, т. е. с увеличением  $\frac{l_c}{h_c}$  удельное уширение будет увеличиваться, но этот вывод практического значения не имеет, ибо в практике отношение  $\frac{l_c}{b_c}$  в редких случаях имеет величину больше трех.

Имея в виду выясненную выше зависимость удельного уширения от  $\frac{l_c}{h_c}$  и принимая во внимание, что при данном обжатии длина ( $l_c$ ) зависит от диаметра, получим следующий вывод: *при данном обжатии полосы данной толщины с увеличением диаметра валков удельное уширение полосы возрастает, когда  $\frac{l_c}{h_c} < 2$ , а особенно сильно, когда  $\frac{l_c}{h_c} < 1$  при  $\frac{l_c}{b_c} > 0,5$ , и когда  $\frac{l_c}{h_c} < 0,5$  при  $\frac{l_c}{b_c} < 0,5$ ; когда же отношение  $\frac{l_c}{h_c} > 2$ , диаметр практически не влияет на удельное уширение полосы, особенно при небольшом отношении  $\frac{l_c}{b_c}$ ; или тот же вывод в более общем виде: при данном коэффициенте толщины  $\left(\frac{1}{\eta}\right)$  удельное уширение полосы возрастает с увеличением отношения  $\frac{D}{h_c}$ , когда  $\frac{l_c}{h_c} < 2$ ; когда же  $\frac{l_c}{h_c} > 2$ , отношение  $\frac{D}{h_c}$  практически не влияет на удельное уширение, особенно при небольшом отношении  $\frac{l_c}{b_c}$ .*

в) Рассмотрим теперь влияние отношения  $\frac{h_c}{b_c}$  на уширение прокатываемой полосы. Это отношение, как это видно из равенства (18), определяет число  $n$ , входящее в равенство (74), определяющее показатель  $\gamma$ . Из равенства (18) видим, что чем больше отношение  $\frac{h_c}{b_c}$ , тем меньше число  $n$ , а из равенства (74) видим, что с уменьшением числа  $n$  показатель  $\gamma$  также уменьшается. Отсюда, принимая во внимание зависимость между показателем  $\gamma$  и удельным уширением, получим следующий вывод: *удельное уширение полосы уменьшается с увеличением отношения  $\frac{h_c}{b_c}$ , и, наоборот, с уменьшением последнего — удельное уширение полосы возрастает.*

Относительно последнего вывода необходимо сделать существенную оговорку. С этой целью напишем следующее очевидное тождественное равенство:

$$\frac{h_c}{b_c} = \frac{b_c}{l_c} \cdot \frac{l_c}{h_c},$$

из которого видим, что рассматриваемое нами отношение  $\frac{h_c}{b_c}$  является произведением двух рассмотренных выше факторов уширения прокатываемой полосы и что изменение его (отношения  $\frac{h_c}{b_c}$ ) неизбежно сопряжено с изменением двух остальных факторов.

Отсюда видим, что изменение рассматриваемого отношения  $\frac{h_c}{b_c}$  сопряжено с одновременным взаимобратным изменением двух рассмотренных выше факторов; следовательно, влияние  $\frac{h_c}{b_c}$ , как самостоятельного фактора, на уширение сопряжено с одновременным влиянием остальных двух факторов.

Из выясненного здесь следует, что полученный нами выше вывод для влияния отношения  $\frac{h_c}{b_c}$  на удельное уширение прокатываемой полосы верен лишь только условно, — когда мы рассматриваем это отношение как самостоятельный фактор, не принимая во внимание неизбежного при этом одновременного влияния двух остальных отношений  $\left(\frac{l_c}{h_c} \text{ и } \frac{l_c}{b_c}\right)$ .

Мы не будем останавливаться на рассмотрении действительного изменения удельного уширения при изменении  $\frac{h_c}{b_c}$ , принимая во внимание влияние и двух рассмотренных выше факторов, так как это вопрос очень сложен и особого практического значения не имеет, а выясним более интересующий нас вопрос о влиянии этого фактора на отношение  $\frac{\Delta b}{\Delta h}$ .

Согласно равенству (77 bis), отношение  $\frac{\Delta b}{\Delta h}$  должно возрастать с увеличением отношения  $\frac{b_0}{h_0}$ , но при возрастании последнего отношения второй множитель ( $\delta$ ) в этом равенстве будет уменьшаться, в виду этого изменение  $\frac{\Delta b}{\Delta h}$  при возрастании  $\frac{b_0}{h_0}$  будет зависеть от соотношения между возрастанием последнего и уменьшением коэффициента  $\delta$ .

Изменение последнего коэффициента, как это видно из равенства (78), зависит от  $\frac{1}{\eta}$ ; в виду этого выясним изменение  $\frac{\Delta b}{\Delta h}$  вследствие изменения  $\frac{b_0}{h_0}$  при данном коэффициенте толщины  $\left(\frac{1}{\eta}\right)$ .

Далее, изменение отношения  $\frac{b_0}{h_0}$  может происходить при дан-

ной толщине ( $h_0$ ) вследствие изменения ширины, и при данной ширине — вследствие изменения толщины; в виду этого выясним изменение  $\frac{\Delta b}{\Delta h}$  в этих двух случаях, а именно: 1) изменение  $\frac{\Delta b}{\Delta h}$

при прокатке полос одинаковой толщины с разной шириной, при одинаковом обжатии их в валках данного диаметра, и

2) изменение  $\frac{\Delta b}{\Delta h}$  при прокатке полос одинаковой ширины с раз-

ной толщиной, при одинаковом коэффициенте толщины в валках одинакового диаметра. В виду сложности общего аналитического решения этих вопросов, выясним их на примерах.

**Пример 1-й.** Сравнить отношение  $\frac{\Delta b}{\Delta h}$  при прокатке трех полос одинаковой толщины:  $h_0 = 100$  мм, но разной ширины: у первой —  $b_0 = 150$  мм, у второй —  $b_0 = 200$  мм, у третьей —  $b_0 = 400$  мм, при одинаковом обжатии —  $\Delta h = 40$  мм — в валках с диаметром:  $D = 900$  мм.

**Решение.** 1) Коэффициент толщины:

$$h_1 = h_0 - \Delta h = 100 - 40 = 60 \text{ мм}; \quad \frac{1}{\eta} = \frac{h_0}{h_1} = \frac{100}{60} = 1,667.$$

2) Угол захвата:

$$\sin \frac{\alpha_0}{2} = \sqrt{\frac{\Delta h}{2D}} = \sqrt{\frac{40}{2 \cdot 900}} = 0,149; \quad \alpha_0 = 17^\circ.$$

3) Размеры пояса деформации:

$$\text{длина: } l_c = 0,5 D \sin \alpha_0 = 0,5 \cdot 900 \cdot \sin 17^\circ = 131,5 \text{ мм},$$

$$\text{высота: } h_c = \frac{h_0 + h_1}{2} = \frac{100 + 60}{2} = 80 \text{ мм}.$$

Ширину принимаем равной начальной ширине:  $b_c = b_0$ .

Отсюда — отношения  $\frac{l_c}{b_c}$  и  $\frac{h_c}{b_c}$ :

$$\text{для первой полосы: } \frac{b_c}{l_c} = \frac{100}{131,5} = 0,760; \quad \frac{h_c}{b_c} = \frac{80}{100} = 0,8;$$

$$\text{для второй полосы: } \frac{l_c}{b_c} = \frac{131,5}{200} = 0,6575; \quad \frac{h_c}{b_c} = \frac{80}{200} = 0,4;$$

$$\text{для третьей полосы: } \frac{l_c}{b_c} = \frac{131,5}{400} = 0,328; \quad \frac{h_c}{b_c} = \frac{80}{400} = 0,2.$$

4) Показатель  $\gamma$  по диаграмме (фиг. 22):

$$\text{для первой полосы: } \gamma = 0,296;$$

$$\text{для второй полосы: } \gamma = 0,174;$$

$$\text{для третьей полосы: } \gamma = 0,074.$$

5) Коэффициент  $\delta$  по диаграмме (фиг. 24):

$$\text{для первой полосы: } \delta = 0,405;$$

$$\text{для второй полосы: } \delta = 0,232;$$

$$\text{для третьей полосы: } \delta = 0,0962.$$

6) Отношение  $\frac{\Delta b}{\Delta h}$  по равенству (76):

$$\text{для первой полосы: } \frac{\Delta b}{\Delta h} = \delta \cdot \frac{b_0}{h_0} = 0,405 \cdot \frac{100}{100} = 0,405;$$

$$\text{для второй полосы: } \frac{\Delta b}{\Delta h} = 0,232 \cdot \frac{200}{100} = 0,464,$$

$$\text{для третьей полосы: } \frac{\Delta b}{\Delta h} = 0,962 \cdot \frac{400}{100} = 0,385.$$

Из этого примера видим, что при изменении  $\frac{b_c}{h_c}$  (в данном примере  $\frac{b_c}{h_c} = \frac{b_0}{h_0}$ ) при данной толщине — отношение  $\frac{\Delta b}{\Delta h}$  изменяется незначительно, но сложно, а именно: при  $\frac{l_c}{b_c}$ , близком к единице,  $\frac{\Delta b}{\Delta h}$  возрастает с увеличением  $\frac{b_c}{h_c}$ , а при  $\frac{l_c}{b_c}$  — значительно меньше единицы; наоборот, с увеличением  $\frac{b_c}{h_c}$  отношение  $\frac{\Delta b}{\Delta h}$  уменьшается.

**Пример 2-й.** Для выяснения изменения  $\frac{\Delta b}{\Delta h}$  при прокатке полос разной толщины, решим второй пример, при этом возьмем тот же диаметр валков, тот же коэффициент толщины и ту же ширину полос, что и в первом примере, но толщину их возьмем в пять раз меньше, т. е. равную 20 мм.

**Решение.** 1) Коэффициент толщины, конечная толщина и обжатие:

$$\frac{1}{\eta} = 1,667; \quad h_1 = \frac{20}{1,667} = 12 \text{ мм}; \quad \Delta h = 20 - 12 = 8 \text{ мм}.$$

2) Угол захвата:

$$\sin \frac{\alpha_0}{2} = \sqrt{\frac{\Delta h}{2D}} = \sqrt{\frac{8}{2 \cdot 900}} = 0,0666; \quad \alpha_0 = 5^\circ.$$

3) Размеры пояса деформации их отношения:

$$l_c = 0,5 D \cdot \sin \alpha_0 = 0,5 \cdot 900 \cdot \sin 5^\circ = 39,1;$$

$$h_c = \frac{h_0 + h_1}{2} = \frac{20 + 8}{2} = 14 \text{ мм}; \quad \frac{l_c}{h_c} = \frac{39,1}{14} = 2,79.$$

Отношения  $\frac{l_c}{b_c}, \frac{h_c}{b_c}$ , принимая  $b_c = b_0$ :

для первой полосы:  $\frac{l_c}{b_c} = \frac{39,1}{100} = 0,391$ ;  $\frac{h_c}{b_c} = \frac{14}{100} = 0,14$ ;

для второй полосы:  $\frac{l_c}{b_c} = \frac{39,1}{200} = 0,1955$ ;  $\frac{h_c}{b_c} = \frac{14}{200} = 0,07$ ;

для третьей полосы:  $\frac{l_c}{b_c} = \frac{39,1}{400} = 0,0977$ ;  $\frac{h_c}{b_c} = \frac{14}{400} = 0,035$ .

4) Принимая во внимание, что угол захвата небольшой, — находим показатель  $\gamma$  по равенству (74), для чего предварительно определим числа  $m$  и  $n$  и коэффициент  $K$  соответственно по диаграммам (фиг. 8 и 18), и равенству (18):

для первой полосы:  $m = 0,707$ ;  $n = 0,875$ ;  $K = 1,19$ ;

для второй полосы:  $m = 0,861$ ;  $n = 0,935$ ;  $K = 1,19$ ;

для третьей полосы:  $m = 0,930$ ;  $n = 0,965$ ;  $K = 1,19$ .

Отсюда показатель  $\gamma$ :

для первой полосы:

$$\gamma = 1 - \frac{m+K}{1+nK} = 1 - \frac{0,707+1,19}{1+0,875 \cdot 1,19} = 0,0692;$$

для второй полосы:

$$\gamma = 1 - \frac{m+K}{1+nK} = 1 - \frac{0,861+1,19}{1+0,935 \cdot 1,19} = 0,0290;$$

для третьей полосы:

$$\gamma = 1 - \frac{m+K}{1+nK} = 1 - \frac{0,930+1,19}{1+0,965 \cdot 1,19} = 0,0140.$$

5) Коэффициент  $\delta$  по диаграмме (фиг. 24):

для первой полосы:  $\delta = 0,090$ ;

для второй полосы:  $\delta = 0,038$ ;

для третьей полосы:  $\delta = 0,018$ .

6) Отношение  $\frac{\Delta b}{\Delta h}$  по равенству (76):

для первой полосы:  $\frac{\Delta b}{\Delta h} = 0,09 \cdot \frac{100}{20} = 0,450$ ;

для второй полосы:  $\frac{\Delta b}{\Delta h} = 0,038 \cdot \frac{200}{20} = 0,380$ ;

для третьей полосы:  $\frac{\Delta b}{\Delta h} = 0,018 \cdot \frac{400}{200} = 0,360$ .

Сравнивая отношение  $\frac{\Delta b}{\Delta h}$  у полосы одинаковой ширины в 1-м и 2-м примерах, получим для изменения  $\frac{\Delta b}{\Delta h}$ , вследствие возрастания отношения  $\frac{b_c}{h_c}$  при прокатке полос одинаковой ширины, в общем

тот же вывод, который мы получим для прокатки полос одинаковой толщины, а именно: при изменении  $\frac{b_c}{h_c}$ , при данной ширине, изменение отношения  $\frac{\Delta b}{\Delta h}$  незначительно, но сложно, а именно: при  $\frac{l_c}{b_c}$ , значительно меньшем единицы,  $\frac{\Delta b}{\Delta h}$  уменьшается с возрастанием  $\frac{b_c}{h_c}$ , а при  $\frac{l_c}{b_c}$ , близком к единице, — наоборот.

Из этих примеров видим, что отношение  $\frac{l_c}{b_c}$  является одним из важнейших факторов, влияющих на отношение  $\frac{\Delta b}{\Delta h}$ , так как изменение последнего отношения в длинном поясе деформации будет обратно таковому же в широком.

Заканчивая на этом рассмотрение влияния формы пояса деформации на уширение, к сожалению, должны отметить, что в виду многогранности изменения отношения  $\frac{\Delta b}{\Delta h}$ , нам пока не удалось установить для него более простое, по сравнению с равенством (77), приближенное выражение и тем самым облегчить расчет уширения прокатываемой полосы.

3) Рассмотрим теперь влияние коэффициента трения скольжения на уширение прокатываемой полосы. В предшествующей главе нами выяснено, что с увеличением коэффициента трения скольжения коэффициент  $K$  уменьшается, а с уменьшением последнего, как это выяснено выше в настоящей главе, уширение увеличивается; *таким образом, с увеличением коэффициента трения скольжения уширение прокатываемой полосы возрастает.*

Далее, на основании опытов по прокатке свинцовых и железных полос, нами установлено, что коэффициент трения скольжения при прокатке зависит от состояния поверхности валков, от окружной скорости валков и от температуры нагрева прокатываемых полос; при этом есть полное основание предполагать, что температура нагрева влияет на коэффициент трения скольжения благодаря тому, что при изменении ее изменяется пластичность металла.

Далее, на основании опытов Метца, нами установлено, что при понижении температуры нагрева железной полосы в пределах от 1140 до 960° Ц коэффициент трения скольжения ( $f_s$ ) возрастает незначительно, а именно: от 0,311 до 0,317. Принимая во внимание, что увеличение сопротивления металла смятию (твердость по Бринеллю) при понижении температуры в пределах от 1140 до 960° Ц также небольшое и что оно (сопротивление смятию) более интенсивно возрастает при уменьшении температуры в пределах ниже 900°, — есть основание предполагать, что при прокатке застуженных полос будем иметь коэффициент трения скольжения значительно больше такового, установленного на основании опы-

тов Метца ( $f_b = 0,315$ ) при вышеуказанном температурном интервале нагрева.

Количественная сторона вопроса о влиянии окружной скорости валков на коэффициент трения скольжения остается пока совершенно не исследованной, точно так же, как и вопрос влияния сталности металла и степени притертости поверхности валков.

В заключение считаем необходимым выяснить на примерах количественную сторону влияния коэффициента трения скольжения на уширение, при этом отметим, что одно и то же изменение коэффициента трения ( $f_b$ ) дает разный эффект в изменении ширины в зависимости от величины отношений  $\frac{l_c}{h_c}$ ,  $\frac{l_c}{b_c}$  и угла захвата,

ибо, как это выяснено при выводе равенств для поправочных коэффициентов (см. равенства 70, 70bis и 72), изменение  $K$  при данном изменении  $f_b$  будет зависеть от  $\frac{l_c}{h_c}$  и  $\frac{l_c}{b_c}$ , а также изменение  $K$  при углах захвата больше угла трения будет более значительное, чем при нормальных условиях прокатки.

Для выяснения количественной стороны влияния трения, приведем примеры; при этом воспользуемся опытами Таффеля, приведенными в предшествующем разделе настоящей главы.

**Пример 1-й.** Положим, при прокатке полосы в опыте, приведенном в 1-м примере раздела 1 настоящей главы, полоса застужена, и вследствие этого коэффициент трения скольжения увеличился до 0,385; рассчитаем уширение полосы в этом случае и сравним его с таковым при нормальном нагреве.

**Решение.** 1) Коэффициент  $K$  рассчитаем по равенству (62), так как приближенное равенство (69) применимо только при незначительных изменениях коэффициента трения:

$$K = \frac{\left(\frac{q}{q_1}\right)^2 \cdot \frac{l_c}{h_c}}{\left[1 + \frac{1}{2}(1 + \operatorname{tg} \alpha_0) f_b \cdot \frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c}{h_c}\right] \left[1 + (1 + \operatorname{tg} \alpha_0) f_b \cdot \frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c}{h_c}\right]},$$

где в нашем примере (см. пример 1-й раздела 1 настоящей главы) имеем:

$$\frac{l_c}{h_c} = 1,215; \quad \frac{q}{q_1} = 1; \quad \alpha_0 = 21^\circ \text{ и } f = 0,385.$$

Отсюда:

$$K = \frac{1,215}{\left[1 + 0,5(1 + \operatorname{tg} 21^\circ) \cdot 0,385 \cdot 1,215\right] \left[1 + (1 + \operatorname{tg} 21^\circ) \cdot 0,385 \cdot 1,215\right]} = 0,555.$$

2) Показатель  $\gamma$  по равенству (74):

$$\gamma = 1 - \frac{m + K}{1 + nK},$$

где в нашем примере (см. пример 1-й раздела 1 настоящей главы) имеем:

$$m = 0,360; \quad n = 0,5675.$$

Отсюда:

$$\gamma = 1 - \frac{0,360 + 0,555}{1 + 0,5675 \cdot 0,555} = 0,305.$$

3) Уширение по диаграмме (фиг. 23), при  $\gamma = 0,305$  и  $\frac{1}{\eta} = 1,565$  (см. пример 1-й предшествующего раздела):

$$\frac{\Delta b}{b_0} = 0,150; \quad b = 0,15 \cdot 180 = 27 \text{ мм.}$$

Опыт дал уширение:  $\Delta b = 24$  мм; отсюда — уширение, при увеличении коэффициента трения от 0,315 до 0,385, возросло на  $\frac{27 - 24}{24} \cdot 100 = 12,5\%$ .

**Пример 2-й.** Рассчитать и сравнить уширение полосы в опыте Таффеля, приведенном во 2-м примере раздела 1 настоящей главы, при том же коэффициенте трения ( $f_b = 0,385$ ), что и в примере 1-м.

**Решение.** 1) Коэффициент  $K$  по равенству (62), при  $\frac{l_c}{h_c} = 0,919$ ;  $\frac{q}{p_1} = 1$ ;  $\alpha_0 = 17^\circ$  и  $f = 0,385$ :

$$K = \frac{0,919}{\left[1 + 0,5(1 + \operatorname{tg} 17^\circ) \cdot 0,385 \cdot 0,919\right] \left[1 + (1 + \operatorname{tg} 17^\circ) \cdot 0,385 \cdot 0,919\right]} = 0,510.$$

2) Показатель  $\gamma$  по равенству (74):

$$\gamma = 1 - \frac{m + K}{1 + nK},$$

где числа  $m$  и  $n$  по диаграмме (фиг. 8) и равенству (18), при  $\frac{l_c}{b_c} = 0,782$  и  $\frac{h_c}{b_c} = 0,880$  (см. 2-й пример раздела 1 настоящей главы):

$$m = 0,420; \quad n = 530,2.$$

Отсюда

$$\gamma = 1 - \frac{0,420 + 0,510}{1 + 0,532 \cdot 0,510} = 0,268.$$

3) Уширение по диаграмме (фиг. 23), при  $\gamma = 0,268$  и  $\frac{1}{\eta} = 1,319$ :

$$\frac{\Delta b}{b_0} = 0,076; \quad \Delta b = 0,076 \cdot 180 = 13,7 \text{ мм.}$$

Отсюда, при том же возрастании коэффициента трения, данный пример дал увеличение уширения на  $\frac{13,7 - 12,6}{12,6} \cdot 100 = 8,75\%$ .

Таким образом, во втором примере увеличение уширения незначительно меньше, чем в первом примере.

**Пример 3-й.** Положим, в опыте Таффеля, приведенном в 3-м примере раздела 1 настоящей главы, вследствие сильного понижения температуры и уменьшения окружной скорости коэффициент трения увеличился до 0,470; рассчитаем и сравним увеличение уширения в этом случае.

## УСИЛИЯ, РАБОТА И КОЭФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ ПРОКАТКИ

Решение. 1) Коэффициент  $K$  по равенству (62), при  $\frac{l_c}{h_c} = 1,575$ ,

$$\frac{q}{q_1} = 1, \alpha_1 = 25^\circ, f_1 = 0,470:$$

$$K = \frac{1,575}{[1 + 0,5(1 + \operatorname{tg} 25^\circ) \cdot 0,470 \cdot 1,575] [1 + (1 + \operatorname{tg} 25^\circ) \cdot 0,470 \cdot 1,575]} = 0,490$$

2) Показатель  $\gamma$  по равенству (64), при  $m = 0,313$ ,  $n = 0,597$  (см. 3-й пример раздела 1 настоящей главы):

$$\gamma = 1 - \frac{0,313 + 0,490}{1 + 0,957 \cdot 0,490} = 0,380.$$

3) Уширение по равенству (73):

$$\lg \beta = \gamma \cdot \lg \frac{1}{\gamma_1} = 0,380 \cdot \lg 2,081 = 0,1208; \beta = 1,321;$$

$$b = (\beta - 1); b_0 = 0,321 \cdot 180 = 57,8 \text{ мм.}$$

Отсюда, при увеличении коэффициента трения на  $\frac{0,470 - 0,315}{0,315} \times$

$$\times 100 = 49,5\%, \text{ уширение увеличилось на } \frac{57,8 - 33,2}{33,2} = 74\%.$$

Из этих примеров видим, какое важное значение имеет исследование коэффициента трения скольжения при разных температурах нагрева металла, а также при разных окружных скоростях.

4) Наконец, рассмотрим влияние угла захвата на уширение прокатываемой полосы. Влияние этого фактора нам будет вполне понятно из выясненного выше влияния его на коэффициент  $K$ ; при этом мы будем иметь два случая:

а) когда угол захвата меньше угла трения,

б) когда он больше угла трения.

В первом случае, когда угол захвата меньше угла трения, влияние его на уширение будет сказываться в широком поясе деформации, и в таком длинном поясе деформации, у которого отношение  $\frac{l_c}{b_c}$  близко к единице; при этом, как легко понять,

рассматривая диаграмму (фиг. 18), при увеличении угла захвата уширение будет возрастать, так как коэффициент  $K$  уменьшается.

Во втором же случае, когда угол захвата больше угла трения, наоборот, с увеличением его — уширение будет уменьшаться, ибо в этом случае, вследствие частичного буксования, коэффициент  $K$  возрастает, как это нами выяснено из опытов (см. вывод равенства (72) для поправочного коэффициента).

Заканчивая на этом изучение деформации прокатываемой полосы, перейдем к изучению динамики прокатки.

Основная цель настоящей главы — выяснить факторы, определяющие усилия, работу и коэффициент полезного действия и дать равенства для расчета этих величин.

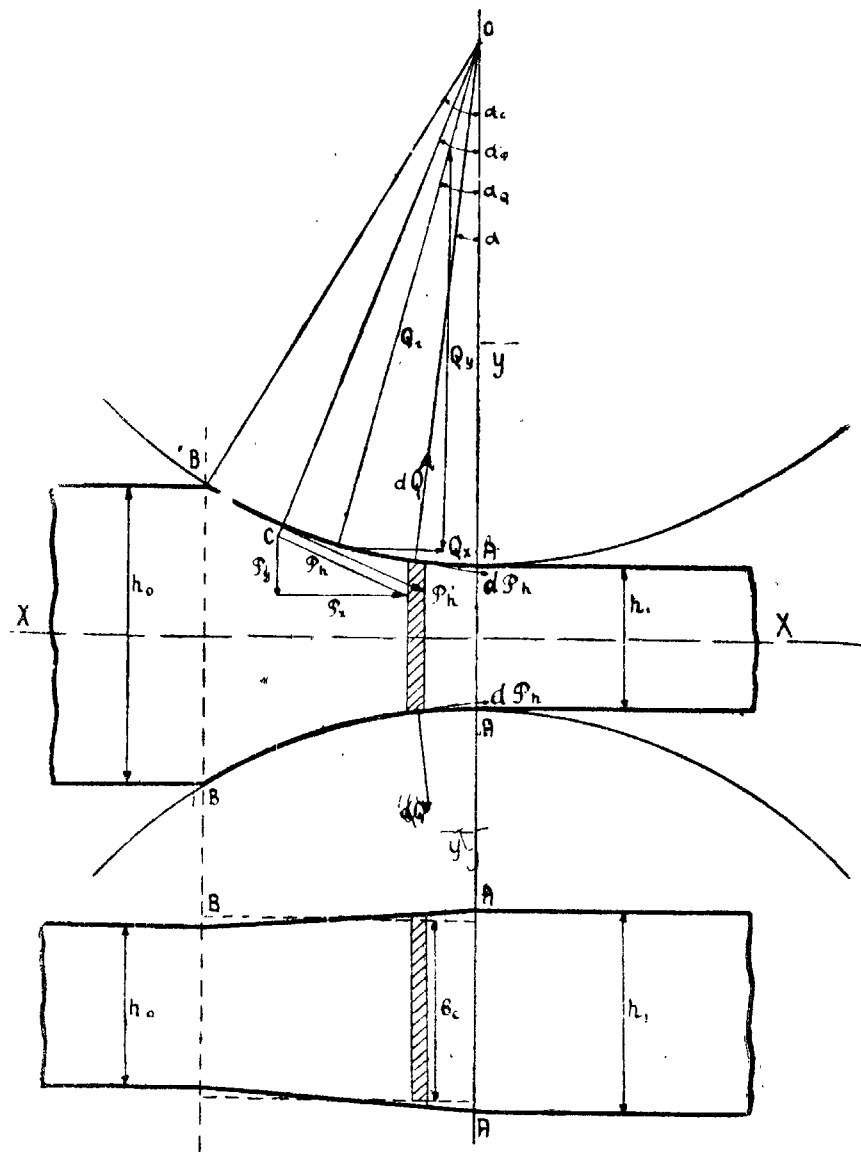
Принимая во внимание, что взаимодействие между валками зависит от того, будут ли оба валка одинакового или разного диаметра, будут ли оба валка приводные или один — приводной, а другой — не приводной, и т. д., мы разрешим в настоящей главе поставленные выше вопросы для простейшего случая прокатки, когда оба валка — приводные и одинакового диаметра; при чем в этом простейшем случае, как нами выяснено раньше, взаимодействие между валками будет совершенно одинаково, т. е. верхний валок при посредстве прокатываемой полосы будет действовать на нижний совершенно так же, как нижний — на верхний.

Остальные же случаи прокатки, в которых мы не имеем вышеуказанного одинакового взаимодействия между валками, рассмотрим в особой главе.

Из предыдущих глав мы знаем, что прокатываемая полоса подвергается растяжению и сжатию, что соответственно этому работа прокатки распадается на две части: работу сжатия и работу растяжения, и что, наконец, соотношение между этими частями работы подчиняется закону наименьшего сопротивления. Последнее обстоятельство значительно усложняет соотношение между фрикционными силами прокатки и усилиями сжатия; в виду этого нам необходимо предварительно изучить соотношение между условными усилиями в прокатных валках при условии, что прокатываемая полоса подвергается только сжатию.

### 1. СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ УСЛОВНЫМ ОКРУЖНЫМ УСИЛИЕМ И ДАВЛЕНИЕМ

Согласно вышесказанному, под условным окружным усилием мы понимаем то усилие, которое мы имели бы в том случае, если бы прокатываемая полоса подвергалась только сжатию. Обозначим равнодействующую условную фрикционную силу, приложенную со стороны каждого валка к зажатому клину, через  $P_h$  (фиг. 25), а возбуждаемое фрикционными силами нормальное (радиальное) давление клина на каждый валок — через  $Q_r$ , и найдем соотношение между ними, а также точки приложения этих сил. С этой целью разделим зажатый между валками клин вертикальными сечениями на бесконечно большое число элементарных клиньев, и примем, что на каждой контактной поверхности любого данного элементарного клина возбуждается такое условное фрикционное элементарное усилие ( $dP_h$ ), которое необходимо для сжатия этого элементарного клина.



Фиг. 25

Само собой понятно, что действительное возбуждение фрикционных сил на контактной поверхности зажатого клина не будет соответствовать принятому выше идеальному возбуждению, но мы здесь изучаем только условные силы прокатки, и принятое здесь идеальное распределение фрикционных сил даст нам выводы, на основании которых мы можем иметь суждение о соотношении между действительными силами и о точках их приложения.

Итак, согласно принятому выше условию, элементарные фрикционные силы ( $dP_h$ ), приложенные со стороны каждого валка к элементарному клину, будут производить сжатие его; следовательно возбудят такое нормальное (радиальное) давление ( $dQ_r$ ) на каждый валок, реакция которого, будучи сложена с фрикционной силой ( $dP_h$ ), даст равнодействующую, направленную по вертикали, ибо, согласно принятому условию, эта равнодействующая должна производить только сжатие.

Отсюда будем иметь следующее очевидное равенство:

$$dP_h \cdot \cos \alpha - dQ_r \cdot \sin \alpha = 0, \text{ или: } dP_h = \operatorname{tg} \alpha \cdot dQ_r. \quad (79)$$

Далее, если обозначим центральные углы, соответствующие точкам приложения сил  $P_h$  и  $Q_r$ , соответственно через  $\alpha_p$  и  $\alpha_Q$  (фиг. 26), то на основании тех же соображений, из которых выведено предшествующее равенство, будем иметь следующее равенство:

$$P_h \cdot \cos \alpha_p - Q_r \cdot \sin \alpha_Q = 0, \text{ или: } P_h = \frac{\sin \alpha_Q}{\cos \alpha_p} \cdot Q_r. \quad (80)$$

Найдем углы  $\alpha_p$  и  $\alpha_Q$ , входящие в последнее равенство. Элементарное давление ( $dQ_r$ ) можем выразить следующим равенством:

$$dQ_r = \frac{1}{2} q b D \cdot d\alpha, \quad (81)$$

в котором:  $q$ —удельное давление,  $b \cdot \frac{1}{2} D \cdot d\alpha$ —площадь контактной поверхности.

Проекция элементарного давления на ось прокатки (X) выразится следующим равенством:

$$dQ_x = dQ_r \cdot \sin \alpha,$$

или, подставив на место  $dQ_r$ , его выражение из предшествующего равенства:

$$dQ_x = \frac{1}{2} D b q \sin \alpha \cdot d\alpha. \quad (82)$$

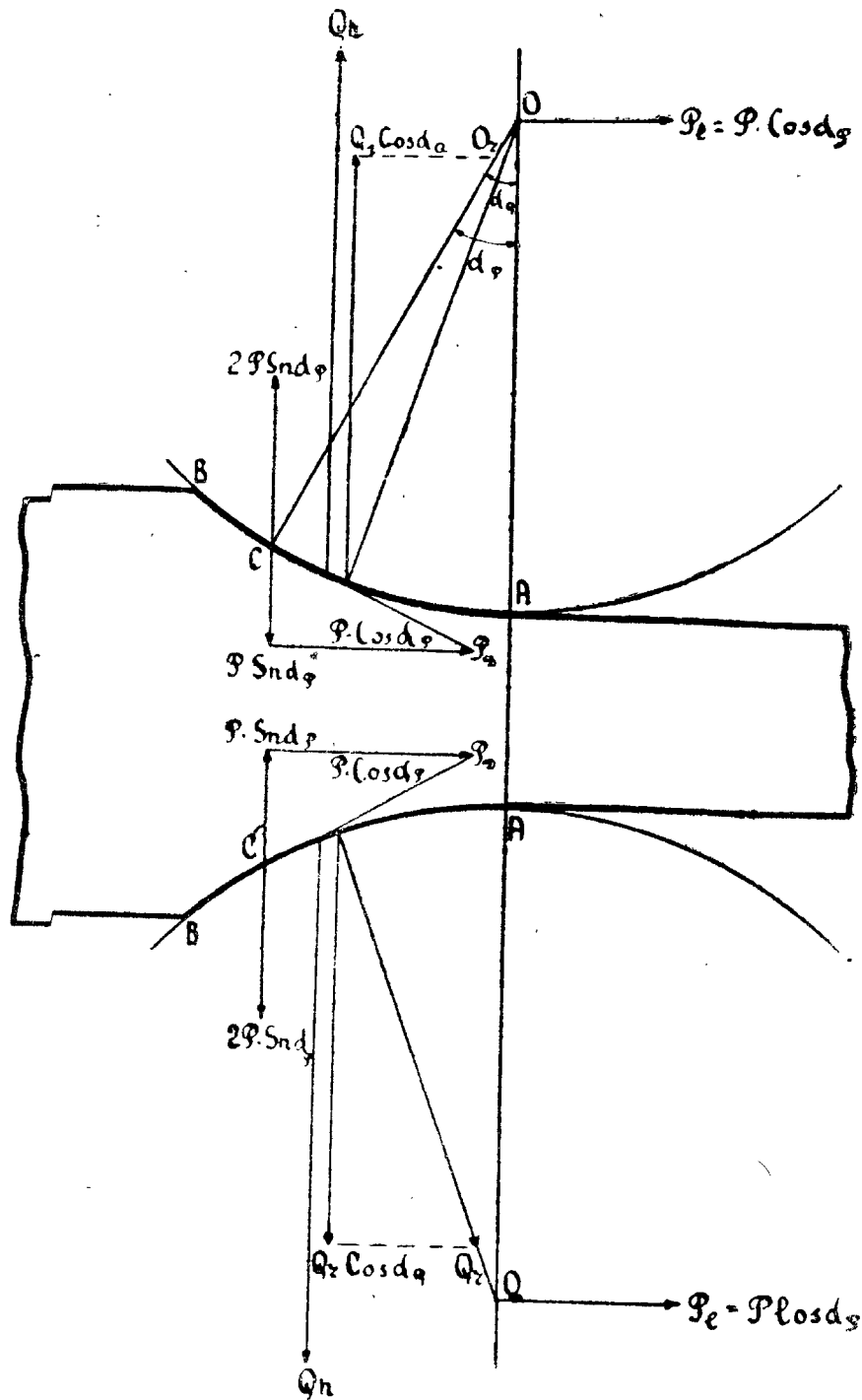
Далее точно таким же образом найдем следующее выражение для вертикальной проекции элементарного давления:

$$dQ_y = \frac{1}{2} D b q \cos \alpha \cdot d\alpha. \quad (83)$$

Чтобы определить проекции  $Q_x$  и  $Q_y$ , надо последние два равенства проинтегрировать в пределах угла захвата.

В правую часть этих равенств, кроме угла  $\alpha$ , входят еще две переменные величины: ширина ( $b$ ) и удельное давление ( $q$ )

Изменение ширины полосы ( $b$ ) по длине зажатого клина, или, что то же, по дуге захвата, очень сложно, но это изменение незначительно, в виду этого заменим переменную величину  $b$  средней шириной ( $b_c$ ) зажатого клина.



Фиг. 26

Далее выясним изменение второй величины, входящей в правую часть последних равенств, а именно: изменение удельного давления по дуге захвата.

Принимая во внимание, что вопросу изменения удельного давления по дуге захвата уделено было большое внимание в литературе по прокатке, и что некоторые авторы считают этот вопрос одним из основных вопросов теории прокатки, считаем необходимым более подробно выяснить характер изменения удельного давления по дуге захвата.

Изменение удельного давления по дуге захвата зависит от трех главных факторов: упрочнения металла, скорости деформации и скольжения при сжатии. Если прокатка происходит без скольжения при сжатии, то изменение удельного давления по дуге захвата зависит только от двух факторов; поэтому выясним это изменение сначала при прокатке без скольжения, т. е. когда длина широкого зажатого клина  $l_c < 2h_c$ , или ширина длинного зажатого клина  $b_c < 2h_c$ .

Если деформация полосы в данном проходе меньше той деформации, при которой наступает предел упрочнения прокатываемого металла, то удельное давление будет возрастать от сечения входа (BB) до сечения выхода; если же деформация в данном проходе будет больше деформации, при которой наступает предел упрочнения металла, то давление будет возрастать от сечения входа (BB) до такого сечения, в котором металл достигает предела упрочнения, и между этим сечением и сечением выхода (AA) возрастание удельного давления прекратится.

Таким образом, изменение удельного давления вследствие упрочнения зависит от величины деформации и упрочнения. Ниже приведена диаграмма кривых упрочнения (фиг. 31) для стали, при разных температурах нагрева, из которой видим, что при уменьшении температуры нагрева от 1200 до 800° Ц предел упрочнения возрастает от 6 до 21,5 кг/мм<sup>2</sup>; при этом удельное обжатие, при котором наступает предел упрочнения, возрастает с 20 до 30%; таким образом, величина деформации, при которой наступает предел упрочнения, изменяется в довольно тесных пределах.

Отсюда вытекает следующее: 1) если при температуре нагрева 1200° Ц полоса прокатывается с удельным обжатием

$$\frac{\Delta h}{h_0} < 0,2, \text{ или } \frac{1}{\eta} < 1,25, \text{ то удельное давление будет возрастать}$$

от сечения входа вплоть до сечения выхода, и наибольшее возрастание будет у сечения входа, а наименьшее — у сечения выхода;

2) если же удельное обжатие  $\frac{\Delta h}{h_0} > 0,2$ , то возрастание

удельного давления прекратится в том сечении, в котором удельное обжатие достигает величины 0,2, и между этим сечением и сечением выхода удельное давление будет несколько уменьшаться, как это видно из диаграммы упрочнения металла (фиг. 31).

Далее легко понять, что чем больше удельное обжатие, тем участок дуги, на котором происходит возрастание удельного давления, будет относительно меньше, и при очень большом удельном обжатии будет составлять незначительную часть всей дуги захвата.

Далее, изменение удельного давления будет зависеть от изменения скорости обжатия.

Скорость деформации в любой точке дуги захвата мы можем выразить вертикальной составляющей окружной скорости валков; отсюда очевидно, что скорость деформации будет равна  $V \cdot \sin \alpha$ , где  $V$  — окружная скорость валков,  $\alpha$  — центральный угол, соответствующий любой данной точке.

Принимая во внимание, что мы рассматриваем изменение скорости деформации по дуге захвата в данный момент, то, следовательно, окружную скорость ( $V$ ) надо принять за постоянную величину; отсюда видим, что скорость деформации будет изменяться по закону синуса, и наибольшая скорость деформации будет в сечении входа (ВВ), где она равна  $V \cdot \sin \alpha_0$ , а наименьшая — в сечении выхода (АА), где она равна нулю. Наибольшая скорость деформации при различных профилях прокатки варьирует в очень широких пределах, а именно: самую малую величину скорость будет иметь при прокатке тонких и широких лент и листов в дуо-станах, где имеем незначительные углы захвата и небольшую окружную скорость валков, а наибольшую величину — в мелкосортных и проволочных станах, где имеем очень большую окружную скорость и значительные углы захвата.

Так, например, при прокатке тонких листов окружная скорость валков обычно равна 1,25 м/сек, и углы захвата в среднем равны  $5^\circ$ ; отсюда, наибольшая скорость деформации составит 0,109 м/сек; при прокатке же проволоки окружная скорость валков достигает 10 м/сек и больше, при углах захвата свыше  $15^\circ$ ; отсюда — наибольшая скорость деформации составит 2,60 м/сек. Таким образом, наибольшая скорость деформации при прокатке проволоки — в двадцать с лишним раз больше, чем при прокатке тонких листов; принимая во внимание, что наименьшая скорость деформации (в сечении выхода) при любой прокатке будет равна нулю, видим, что изменение скорости деформации по дуге захвата при прокатке проволоки будет в двадцать с лишним раз больше, чем при прокатке тонких листов.

Далее мы знаем, что с увеличением скорости деформации удельное давление при сжатии возрастает и что количественная зависимость удельного давления от скорости деформации мало исследована. Из сказанного выше становится ясно, что влияние скорости деформации на изменение удельного давления по дуге захвата будет обратно влиянию упрочнения металла; таким образом, изменение скорости деформации будет уменьшать возрастание удельного давления вследствие упрочнения.

Теперь выясним влияние скольжения при сжатии на изменение удельного давления по дуге захвата. Мы знаем, что зна-

чительное скольжение при сжатии — в практических условиях прокатки — мы будем иметь в широком поясе деформации, при чем эта величина удельного давления будет определяться отно-

шением  $\frac{l_0}{h_0}$ , и чем больше будет отношение  $\frac{l_0}{h_0}$ , тем удельное

давление будет значительно больше предела упрочнения.

Таким образом, при прокатке со скольжением вследствие сжатия, удельное давление можем разбить на две части: 1) удельное давление ( $q_1$ ), преодолевающее внутренние силы сопротивления, 2) удельное давление ( $q - q_1$ ), преодолевающее скольжение на контактных поверхностях вследствие сжатия; относительно распределения последнего по дуге захвата мы можем сделать только одно предположение, а именно, что оно равномерно распределено по дуге захвата. Принимая последнее во внимание, а так же и то, что при значительном скольжении вторая часть удельного давления значительно больше первой части, — видим, что скольжение выравнивает удельное давление по дуге захвата.

Из вышесказанного выше следует, что изменение удельного давления по дуге захвата очень сложно и различно, — в зависимости от коэффициента толщины, угла захвата, окружной скорости и величины скольжения; в виду этого в дальнейшем примем, приближенно, удельное давление постоянным по дуге захвата, так как это приближенное допущение значительно упрощает решение вопросов по динамике прокатки и дает нам вполне достаточную степень точности решения этих вопросов.

Интегрируя в этом приближении равенства (82) и (83), получим:

$$Q_x = \frac{1}{2} q D b_c \int_0^{\alpha_0} \sin \alpha \cdot d\alpha = \frac{1}{2} q D b_c (1 - \cos \alpha_0); \quad (84)$$

$$Q_y = \frac{1}{2} q D b_c \int_0^{\alpha_0} \cos \alpha \cdot d\alpha = \frac{1}{2} q D b_c \sin \alpha_0. \quad (85)$$

Далее легко понять, рассматривая фиг. 25, что

$$\operatorname{tg} \alpha_Q = \frac{Q_x}{Q_y}.$$

Подставляя в последнее равенство, вместо  $Q_x$  и  $Q_y$ , их выражения из равенств (84) и (85), после простых преобразований получим:

$$\operatorname{tg} \alpha_Q = \operatorname{tg} \frac{\alpha_0}{2}, \text{ или: } \alpha_Q = \frac{1}{2} \alpha_0. \quad (86)$$

Таким образом, центральный угол, соответствующий точке приложения радиального (нормального) давления, равен половине угла захвата, или точка приложения нормального давления делит дугу захвата пополам.



Последний вывод нам будет понятен, если примем во внимание, что удельное давление приближенно принято одинаковым по дуге захвата.

Необходимое нам в дальнейшем выражение для нормального давления мы получим из следующего равенства:

$$Q_r = \frac{Q_v}{\cos \alpha_0}.$$

Подставляя в это равенство, на место  $Q_v$ , его значение из равенства (85) и принимая во внимание равенство (86), имеем:

$$Q_r = \frac{1}{2} db_0 D \cdot \sin \frac{\alpha_0}{2}. \quad (87)$$

Далее найдем угол  $\alpha_p$ , соответствующий точке приложения условной фрикционной силы прокатки ( $P_h$ ). Из фиг. 25 видим, что

$$\operatorname{tg} \alpha_p = \frac{P_y}{P_x}, \quad (88)$$

где  $P_y$  — проекция силы  $P_h$  на вертикальную ось  $Y$ , а  $P_x$  — проекция ее на горизонтальную ось  $X$ ; для определения угла  $\alpha_p$  нам необходимо найти эти проекции силы  $P_h$ .

Проекции элементарной фрикционной силы ( $dP_h$ ) на оси  $X$  и  $Y$ , очевидно, выразятся следующими равенствами:

$$dP_x = dP_h \cdot \cos \alpha;$$

$$dP_y = dP_h \cdot \sin \alpha.$$

Подставляя в последние равенства, вместо  $dP_h$ , значение ее из равенства (79), имеем:

$$dP_x = dQ_r \cdot \sin \alpha;$$

$$dP_y = dQ_r \cdot \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha}.$$

Далее, подставляя в последние равенства, на место  $dQ_r$ , значение ее из равенства (81), получим:

$$dP_x = \frac{1}{2} qb D \sin \alpha d\alpha; \quad (89)$$

$$dP_y = \frac{1}{2} qb D \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} d\alpha. \quad (90)$$

Для нахождения  $P_x$  и  $P_y$  необходимо проинтегрировать последние два равенства, при чем применим такое же приближенное интегрирование, которое применяли при нахождении  $Q_x$  и  $Q_y$ .

При интегрировании равенства (89) получим:

$$P_x = \frac{1}{2} qb_0 D \int_0^{\alpha_0} \sin \alpha \cdot d\alpha = \frac{1}{2} qb_0 D (1 - \cos \alpha_0). \quad (91)$$

Из равенства (90) имеем:

$$P_y = \frac{1}{2} qb_0 D \int_0^{\alpha_0} \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} \cdot d\alpha,$$

где:

$$\int_0^{\alpha_0} \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} \cdot d\alpha = \int_0^{\alpha_0} \frac{1 - \cos^2 \alpha}{\cos \alpha} \cdot d\alpha = \int_0^{\alpha_0} \frac{d\alpha}{\cos \alpha} - \int_0^{\alpha_0} \cos \alpha \cdot d\alpha;$$

при чем:

$$1) \int_0^{\alpha_0} \frac{d\alpha}{\cos \alpha} = \int_0^{\alpha_0} \frac{d\alpha}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)} = \int_0^{\alpha_0} \frac{d\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\sin \frac{\pi + 2\alpha}{4} \cdot \cos \frac{\pi + 2\alpha}{4}} =$$

$$= \int_0^{\alpha_0} \frac{d\operatorname{tg} \frac{\pi + 2\alpha}{4}}{\operatorname{tg} \frac{\pi + 2\alpha}{4}} = \operatorname{Intg} \frac{\pi + 2\alpha_0}{4};$$

$$2) \int_0^{\alpha_0} \cos \alpha \cdot d\alpha = \sin \alpha_0.$$

Отсюда:

$$\int_0^{\alpha_0} \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} \cdot d\alpha = \operatorname{Intg} \frac{\pi + 2\alpha_0}{4} - \sin \alpha_0.$$

Далее, подставляя решенный интеграл в равенство, для  $P_y$  получим:

$$P_y = \frac{1}{2} qb_0 D \left[ \operatorname{Intg} \frac{\pi + 2\alpha_0}{4} - \sin \alpha_0 \right]. \quad (92)$$

Наконец, подставляя в равенство (87), на место  $P_x$  и  $P_y$  найденные для них выражения из равенства (91) и (92), определяем искомый угол  $\alpha_p$ , соответствующий точке приложения фрикционной силы прокатки:

$$\operatorname{tg} \alpha_p = \frac{\operatorname{Intg} \frac{\pi + 2\alpha_0}{4} - \sin \alpha_0}{1 - \cos \alpha_0},$$

или:

$$\alpha_p = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Intg} \frac{\pi + 2\alpha_0}{4} - \sin \alpha_0}{1 - \cos \alpha_0}. \quad (93)$$

По этому равенству вычислена таблица 34.

Таблица 34

Численные значения угла  $\alpha_P$  в зависимости от угла захвата

$\alpha_0$	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°
$\alpha_P$	3°36'	6°59'	9°59'	13°31'	16°48'	20°41'	23°04'
$\frac{\alpha_P}{\alpha_0}$	0,730	0,698	0,666	0,666	0,672	0,674	0,6

Из таблицы 34 видим, что при  $\alpha_0 = 15^\circ$  угол  $\alpha_P = \frac{2}{3}\alpha_0$ , и отношение  $\frac{\alpha_P}{\alpha_0}$  незначительно возрастает как при уменьшении, так и при увеличении угла захвата.

Считаем необходимым отметить, что все авторы, писавшие до сих пор по теории прокатки, принимали, что радиальное давление ( $Q_r$ ) и фрикционная сила прокатки ( $P_h$ ) имеют общую точку приложения, а следовательно,  $\alpha_P = \alpha_Q$ ; между тем вышеприведенный анализ убеждает нас в том, что эти углы неодинаковы, и что угол  $\alpha_P$  (см. равенство 86) больше угла  $\alpha_Q$ .

Далее найдем точку приложения условной фрикционной силы ( $P_h$ ) на зажатом клине; с этой целью найдем соответствующее окружное усилие ( $P_h'$ ) на валке; последнее определится как сумма элементарных сил ( $dP_h$ ), т. е.:

$$P_h' = \int_0^{\alpha_0} dP.$$

Подставляя в это равенство, вместо  $dP$ , его выражение из равенства (79) и принимая во внимание равенство (81), получим

$$P_h' = \frac{1}{2}D + \int_0^{\alpha_0} b \operatorname{tg} \alpha \cdot d\alpha.$$

Наконец, применяя то же приближенное интегрирование, что и раньше, получим следующее выражение для окружного усилия:

$$P_h' = \frac{1}{2} q b_c D \cdot \ln \frac{1}{\cos \alpha_0},$$

или, принимая во внимание равенство (87), имеем:

$$P_h' = \frac{\ln \frac{1}{\cos \alpha_0}}{\sin \frac{\alpha_0}{2}} \cdot Q_r. \quad (94)$$

При этом за точку приложения найденного окружного усилия можем принять любую точку на окружности валка.

Далее само собой понятно, что крутящий момент фрикционной силы равен крутящему моменту окружного усилия; отсюда будем иметь следующее равенство:

$$\frac{1}{2} D P_h' = P_h \cdot \overline{OC}, \text{ или пропорцию: } \frac{\frac{1}{2} D}{\overline{OC}} = \frac{P_h}{P_h'}$$

Подставляя в последнюю пропорцию, на место  $P_h$  и  $P_h'$ , их выражения из равенства (80) и (94) и принимая во внимание равенство (86) получим:

$$\frac{\frac{1}{2} D}{\overline{OC}} = \frac{\sin^2 \frac{\alpha_0}{2}}{\cos \alpha_P \cdot \ln \frac{1}{\cos \alpha_0}}. \quad (95)$$

На основании последнего равенства вычислена таблица 35.

Таблица 35 Численные значения отношения  $\frac{\overline{OC}}{\frac{1}{2} D}$

$\alpha_0$	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°
$\frac{\overline{OC}}{\frac{1}{2} D}$	1,001	1,001	1,002	1,003	1,005	1,005	1,010

Из этой таблицы видим, что плечо  $\overline{OC}$  незначительно больше радиуса ( $\frac{1}{2} D$ ); следовательно, точка приложения (С) фрикционной силы на зажатом клине будет находиться на продолжении радиуса, проведенного под углом  $\alpha_P$  на очень близком расстоянии от дуги захвата.

Отсюда сила  $P_h$  будет незначительно меньше соответствующего окружного усилия, и приближенно можем считать их одинаковыми.

Заканчивая на этом изучение условных усилий, перейдем к выяснению соотношения между действительными усилиями, возбужденными при прокатке.

## 2. СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ ОКРУЖНЫМ УСИЛИЕМ И ДАВЛЕНИЕМ

Обозначая через  $A_D$  полную работу, затрачиваемую на изменение объема зажатого клина, имеем следующее очевидное равенство:

$$A_D = A_h + A_1,$$

в котором:  $A_h$  — полная работа сжатия, а  $A_1$  — полная работа растяжения.

Далее введем необходимую нам условную работу сжатия ( $A_h''$ ) прокатываемой полосы за данный проход; при этом под этой условной работой будем понимать такую, которая была бы затрачена при условии, если бы прокатываемая полоса подвергалась только сжатию, т. е. при том же условии, при котором мы изучали в предшествующем разделе условные усилия, возбуждаемые при прокатке.

Имея это в виду, перепишем последнее равенство в следующем виде:

$$A_D = \left( 1 + \frac{A_1}{A_h} \right) \frac{A_h}{A_h''} \cdot A_h'' \quad (96)$$

Найдем выражение для отношений  $\frac{A_1}{A_h}$  и  $\frac{A_h}{A_h''}$ , входящих в последнее равенство. Отношение  $\frac{A_1}{A_h}$ , как нами выяснено в третьей главе, подчиняется закону наименьшего сопротивления; принимая во внимание равенства (47), (52) и (58), имеем:

$$\frac{A_1}{A_h} = \frac{\frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c}{h_c}}{1 + 2f_v \cdot \frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c - l_c'}{h_c}} \quad (97)$$

Далее найдем выражение для второго отношения из следующих очевидных равенств:

$$A_h = qV \ln \frac{1}{\eta_h},$$

$$A_h'' = qV \cdot \ln \frac{1}{\eta}.$$

Отсюда имеем:

$$\frac{A_h}{A_h''} = \frac{\ln \frac{1}{\eta_h}}{\ln \frac{1}{\eta}} = \frac{\lg \frac{1}{\eta_h}}{\lg \frac{1}{\eta}}.$$

Подставляя в последнее равенство, на место  $\lg \frac{1}{\eta_h}$ , его выражение из равенства (20), после простых преобразований получим:

$$\frac{\lg \frac{1}{\eta_h}}{\lg \frac{1}{\eta}} = \frac{1 - n \frac{\lg \lambda}{\lg \frac{1}{\eta}}}{1 - mn}$$

Далее, принимая во внимание, что согласно равенству (72):

$$\frac{\lg \lambda}{\lg \frac{1}{\eta}} = \frac{m + K}{1 + nK},$$

и подставляя последнее в предшествующее равенство, получим:

$$\frac{A_h}{A_h''} = \frac{\lg \frac{1}{\eta_h}}{\lg \frac{1}{\eta}} = \frac{1}{1 + nK} \quad (98)$$

Подставляя в равенство (96), на место  $\frac{A_1}{A_h}$  и  $\frac{A_h}{A_h''}$ , найденное для них выражение из равенств (97) и (98), получим:

$$A_D = \left[ 1 + \frac{\frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c}{h_c}}{1 + 2f_v \cdot \frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c - l_c'}{h_c}} \right] \cdot \frac{1}{1 + nK} \cdot A_h'' \quad (99)$$

или, вводя ради краткости обозначение:

$$\nu_h = \left[ 1 + \frac{\frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c}{h_c}}{1 + 2f_v \cdot \frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c - l_c'}{h_c}} \right] \cdot \frac{1}{1 + nK}$$

последнее равенство напишем в следующем виде:

$$A_D = \nu_h \cdot A_h'' \quad (100)$$

Далее легко понять, что действительное окружное усилие ( $P_D$ ) и условное окружное усилие ( $P_h$ ) будут находиться в таком же соотношении, как и соответствующие им работы, т. е. будем иметь следующее равенство:

$$P_D = \nu_h \cdot P_h \quad (101)$$

Подставляя в последнее равенство, на место  $P_h$ , его выражение из равенства (80), имеем:

$$P_D = \nu_h \cdot \frac{\sin \alpha_Q}{\cos \alpha_P} \cdot Q_r \quad (102)$$

Далее найдем соотношение между радиальным давлением ( $Q_r$ ) и вертикальным давлением ( $Q_h$ ) (усилием сжатия). Очевидно вертикальное давление будет представлять собой сумму вертикальных проекций радиального давления и окружных усилий

Принимая во внимание, что вертикальная проекция окружного усилия на каждом валке является самостоятельным пресующим усилием, суммарное пресующее действие будет равно сумме этих вертикальных проекций, т. е.  $= 2P_D \cdot \sin \alpha_P$  (фиг. 26).

Имея это в виду, напишем для усилия сжатия следующее равенство:

$$Q_h = Q_r \cos \alpha_Q + 2P_D \cdot \sin \alpha_P. \quad (103)$$

Точка приложения вертикального давления определится известным способом, как точка приложения равнодействующей двух сил, и, принимая во внимание, что  $Q_D \cdot \cos \alpha_Q$  всегда значительно больше  $2P_D \cdot \sin \alpha_P$ , она (точка приложения) будет всегда ближе к точке приложения радиального давления.

Из последнего равенства имеем:

$$Q_r = \frac{Q_h - 2P_D \sin \alpha_P}{\cos \alpha_Q}.$$

Подставляя найденное выражение для  $Q_r$  в равенство (102), после простых выкладок получим следующее выражение для окружного усилия:

$$P_D = \nu_h \cdot \frac{\sin \alpha_Q}{2 \nu_h \sin \alpha_Q \cdot \sin \alpha_P + \cos \alpha_Q \cos \alpha_P} \cdot Q_h. \quad (104)$$

Ради упрощения полученного равенства, ниже приводим

таблицу 36, вычисленную при  $\nu_h = 1,2$ ;  $\alpha_Q = \frac{1}{2} \alpha_0$ ;  $\alpha_P = \frac{2}{3} \alpha_0$ .

Таблица 36

Численные значения для «а»

$\alpha_0$	0	6°	12°	18°	24°	30°
$a = \frac{\sin \alpha_Q}{2 \nu_h \sin \alpha_Q \sin \alpha_P + \cos \alpha_Q \cos \alpha_P}$	0	0,0521	0,1025	0,1500	0,1928	0,2310
$\frac{1}{2} \sin \alpha_0$	0	0,0523	0,1040	0,1545	0,2035	0,2500
$\frac{1}{2} \sin \alpha_0 - a$ а	0	0,380/0	1,460/0	3,000/0	5,550/0	8,220/0

Из таблицы 36 видим, что при небольших углах захвата —  $\frac{1}{2} \sin \alpha_0$  ничтожно больше «а»; при средних углах захвата разность

не превышает 3%, и лишь при больших углах захвата она превышает 5%.

На основании этого можем заменить последнее равенство приближенным равенством (избыточным):

$$P_D = \sim \frac{1}{2} \nu_h \cdot \sin \alpha_0 \cdot Q_h, \quad (104bis)$$

которое при малых углах захвата дает вполне достаточную точность для технических расчетов.

Теперь докажем, что последнее приближенное равенство, а также и равенство (104) обладают большими недостатками, вследствие которых они могут применяться лишь только при очень малой вытяжке прокатываемой полосы; при значительной же вытяжке последней, окружное усилие, рассчитанное по этим равенствам, при данном вертикальном давлении, будет значительно больше действительного, и тем больше, чем больше вытяжка, отсюда само собой возникает вопрос: почему последнее равенство дает неверный результат при значительной вытяжке прокатываемой полосы?

Для выяснения этого вопроса мы дадим другой вывод последнему приближенному равенству.

Условную работу сжатия ( $A_h''$ ), рассчитанную на об'ем зажатого клина, мы можем выразить следующим очевидным равенством:

$$A_h'' = Q_h \Delta h. \quad (105)$$

Работу прокатки ( $A_D$ ), рассчитанную на об'ем зажатого клина, выразим через произведение полного окружного усилия ( $2P_D$ ) на дугу захвата, т. е.:

$$A_D = 2P_D \cdot \frac{1}{2} D \alpha_0 = P_D D \alpha_0.$$

Подставляя полученные выражения для  $A_h''$  и  $A_D$  в равенство (100), после простых выкладок получим:

$$P_D = \nu \cdot \frac{\Delta h}{D \alpha_0} Q_h. \quad (106)$$

Далее, принимая во внимание, что  $\Delta h = 2 \sin^2 \frac{\alpha_0}{2} \cdot D$ , и подставляя его значение в последнее равенство, — имеем:

$$P_D = \nu_h \sin \frac{\alpha_0}{2} \cdot \frac{\sin \frac{\alpha_0}{2}}{\frac{\alpha_0}{2}} \cdot Q_h. \quad (107)$$

Принимая во внимание, что  $\sin \frac{\alpha_0}{2}$  незначительно меньше своего угла  $\frac{\alpha_0}{2}$ , а также, что  $\sin \frac{\alpha_0}{2}$  незначительно больше  $\frac{1}{2} \sin \alpha_0$ ,

и полагая приближенно их равными, — из последнего равенства получим выведенное нами раньше приближенное равенство 104 bis.

Теперь нам будет легко выяснить, почему последнее равенство непригодно, когда полоса имеет значительную выгнутость при прокатке.

В самом деле, при выводе равенств (105) и (106) нами принято, что при перемещении вертикальной силы сжатия на величину  $\Delta h$  — окружное усилие пройдет путь, равный дуге захвата

$\left(\frac{1}{2} D \alpha_0\right)$ ; в действительности же, вследствие деформации зажатого

клина, мы будем иметь другую длину пути окружного усилия.

Длина зажатого клина после прокатки обозначена нами через  $l_1$ ; отсюда — длина пути окружного усилия, принимая во внимание

опережение, очевидно, будет равна  $\frac{l_1}{1+i}$ .

Эта длина пути, в зависимости от вытяжки и угла захвата, может быть меньше, равна и больше дуги захвата, а именно: при большом угле захвата и незначительной вытяжке (прокатка толстых полос) действительная длина пути окружного усилия может оказаться меньше дуги захвата или быть ей равной; при значительной же вытяжке она будет больше; при малых же углах захвата она будет больше даже и при небольшой вытяжке полосы.

Таким образом, действительная длина пути окружного усилия, при значительной вытяжке прокатываемой полосы, будет больше дуги захвата, и тем больше, чем меньше угол захвата и чем больше вытяжка, и в этом случае расчеты по равенству (107) и по приближенному равенству (104 bis) будут давать для окружного усилия величину больше действительной, и тем больше, чем меньше угол захвата и чем больше вытяжка.

Из таблицы 36 легко видеть, что равенство (104) будет давать менее грубое отступление, особенно при больших углах захвата; при малых же углах захвата и большой вытяжке это равенство будет давать также значительное отступление, и тем значительнее, чем больше вытяжка и чем меньше угол захвата. Величина этих отступлений будет показана ниже на примерах.

Мы привели здесь вывод последних равенств (104, 107 и 104 bis), во-первых, для того, чтобы показать, что при изучении сил, приложенных к деформирующему телу, нельзя применять положение механики твердых тел, не учитывая одновременно деформацию тела, а во вторых, для того, чтобы дать возможность пользоваться приближенным равенством 104 bis при расчетах, когда вытяжка прокатываемой полосы незначительна; величина этой вытяжки зависит от угла захвата и будет выяснена на примерах.

Теперь займемся выводом равенства для окружного усилия, пригодного для любой вытяжки прокатываемой полосы; с этой

целью в равенстве (106) надо вместо дуги захвата взять действительный путь; при этом получим следующее выражение для работы, рассчитанной на объем зажатого клина:

$$A_D = \frac{2}{1+i} P_D l_1.$$

Далее, если примем, как и раньше, что длина ( $l_c$ ) зажатого клина равна средней арифметической начальной и конечной его длины, то из последнего равенства получим, после понятных выкладок, следующее выражение для конечной длины зажатого клина:

$$l_1 = \frac{2\lambda}{1+\lambda} \cdot l_c.$$

Подставляя это в последнее равенство для работы, получим:

$$A_D = \frac{4\lambda}{(1+i)(1+\lambda)} P_D l_c. \quad (108)$$

Подставляя равенства (105) и (108) в равенство (100), после простых выкладок получим:

$$P_D = \frac{(1+i)(1+\lambda)}{2\lambda} \cdot \nu_h \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha_0}{2} Q_h. \quad (109)$$

Зная, что опережение прокатываемой полосы в обычных условиях прокатки незначительно, а при углах захвата больше угла трения — меньше нормальной своей величины, и в обоих случаях — трудно определяемое, — в дальнейшем будем пользоваться последним равенством, полагая в нем  $i=0$ , т. е. равенством:

$$P_D = \frac{1+\lambda}{2\lambda} \cdot \nu_h \operatorname{tg} \frac{\alpha_0}{2} Q_h. \quad (109 \text{ bis})$$

Ради точности, считаем необходимым оговориться, что оба последних равенства являются приближенными, так как они выведены при условии, что длина ( $l_c$ ) зажатого клина равна средней арифметической начальной и конечной его длины, между тем эта длина будет всегда больше средней арифметической, и тем больше, чем больше угол захвата. Отсюда последние равенства тем точнее, чем меньше угол захвата, и наоборот. Степень точности будет выяснена ниже на примерах.

Кстати отметим, что последние равенства нами выведены не с целью расчета по ним окружного усилия, так как это усилие мы можем проще и точнее рассчитать по работе прокатки, о которой речь ниже; эти равенства, как увидим ниже, нам необходимы для исследования коэффициента полезного действия прокатки.

Принимая во внимание, что коэффициент  $\nu_h$ , входящий в последние равенства, определяется очень сложным равенством (99), — ради упрощения вычислений, ниже приводим таблицы для этого коэффициента, по которым построена диаграмма на

фиг. 27. При вычислении таблиц для коэффициента  $\nu_h$ , будем иметь два случая.

*Первый случай, когда зажатый клин — широкий.* В этом случае, как выяснено в третьей главе, длина опережающего конца

будет выражаться равенством  $l'_c = \frac{1}{2}(l_c - \Delta h)$ ; подставляя

это в равенство (99), получим после тех же выкладок, которые были нами сделаны при выводе равенства (62), следующее выражение для исследуемого коэффициента:

$$\nu_h = \left[ 1 + \frac{\frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c}{h_c}}{1 + (1 + \operatorname{tg} \alpha_0) f_D \cdot \frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c}{h_c}} \right] \cdot \frac{1}{1 + nk}. \quad (110)$$

По последнему равенству вычислена таблица 37, при этом необходимо иметь в виду, что эта таблица вычислена при среднем угле захвата  $\alpha_0 = 15^\circ$  и при коэффициенте трения  $f_D = 0,315$ ,

и что при вычислении последней строки ( $\frac{l_c}{b_c} = 0$ ) отношение

$\frac{q}{q_1}$  вычислялось по равенству (50).

Таблица 37

Численные значения коэффициента  $\nu_h$ , при  $\alpha = 15^\circ$  и  $f_D = 0,315$

$\frac{l_c}{b_c} \backslash \frac{l_c}{h_c}$	0	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	8,0	10,0
1	1	1,260	1,320	1,340	1,355	1,380	1,400	1,415	1,430	1,465	1,485
0,5	1	1,190	1,230	1,255	1,275	1,305	1,330	1,350	1,370	1,410	1,440
0	1	1,032	1,087	1,195	1,275	1,380	1,465	1,540	1,605	1,735	1,850

По этой таблице построены кривые для коэффициента  $\nu_h$  на диаграмме на фиг. 27; необходимо отметить, что на этой диаграмме кривые построены только при угле захвата  $\alpha_0 = 15^\circ$ ; в виду этого ниже приводим таблицу 38, в которой помещены величины при углах захвата  $\alpha_0 = 15^\circ$  и  $\alpha_0 = 0$  для зажатого клина с отношением

$$\frac{l_c}{b_c} = 0,5.$$

Таблица 38

Численные значения коэффициента  $\nu_h$ , при  $\alpha_0 = 15^\circ$  и  $\alpha_0 = 0^\circ$

$\alpha_0 \backslash \frac{l_c}{h_c}$	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	8,0	10,0
15°	1,190	1,230	1,255	1,275	1,305	1,330	1,350	1,370	1,410	1,440
0°	1,200	1,260	1,310	1,350	1,405	1,405	1,500	1,550	1,600	1,690

Принимая приближенно, что приращение  $\nu_h$  будет пропорционально изменению угла захвата, таблица 38 дает нам следующее приближенное равенство для расчета  $\nu_h$  при любом угле захвата в пределах угла трения, в котором угол захвата  $\alpha_0$  надо принимать в градусах, а не в абсолютной мере:

$$\nu_h = \nu_{15^\circ} + 0,002 (15 - \alpha_0) \cdot \frac{l_c}{h_c}. \quad (111)$$

Последнее равенство мы вывели для зажатого клина с отношением  $\frac{l_c}{b_c} = 0,5$ , и, строго говоря, это равенство применимо

только для зажатого клина с этим отношением, но приближенно распространяем его для всякого широкого зажатого клина.

Само собой понятно, что если угол захвата незначительно отличается от  $15^\circ$ , то  $\nu_h$  надо брать прямо по диаграмме.

Далее необходимо отметить, что равенство для коэффициента  $\nu_h$  выведено нами на основании закона наименьшего сопротивления; следовательно, оно применимо только в условиях нормальной прокатки, когда угол захвата меньше угла трения; если же угол захвата больше угла трения, то соотношение между растяжением и сжатием будет другое, и в этом случае мы бессильны дать теоретически количественное решение для коэффициента  $\nu_h$ , а можем установить его только опытным путем; при этом легко понять, что в данном случае коэффициент  $\nu_h$  будет больше такового при нормальных условиях прокатки, когда угол захвата меньше угла трения (конечно, при одинаковых прочих условиях), так как при угле захвата больше угла трения, вследствие частичного буксования, растяжение полосы возрастает за счет уменьшения сжатия, что сопряжено с увеличением указанного коэффициента.

Принимая во внимание, что частичное буксование не может сильно влиять на величину этого коэффициента, в дальнейшем будем пользоваться диаграммой на фиг. 27 для расчета его и при углах захвата больше угла трения; при этом само собой разумеется, что поправка по равенству (110) отпадает, т. е. эта поправка применима только при нормальных условиях прокатки, когда угол захвата меньше угла трения.

2-й случай, когда зажатый клин — длинный. В этом случае, как нами выяснено в третьей главе, длина ( $l'_c$ ) опережающего конца

будет равна половине ширины зажатого клина, т. е.  $l'_c = \frac{1}{2} b_c$ .

Отсюда, подставляя последнее в равенство (99), получим следующее выражение для коэффициента  $\nu_h$  в изучаемом случае прокатки:

$$\nu_h = \left[ 1 + \frac{\frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c}{h_c}}{1 + f_D \frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c}{h_c} \left( 2 - \frac{b_c}{l_c} \right)} \right] \cdot \frac{1}{1 + nK} \quad (112)$$

По последнему равенству вычислена таблица 39, при коэффициенте трения скольжения  $f_D = 0,315$ .

Таблица 39

Численные значения коэффициента  $\nu_h$ , при длинном зажатом клине

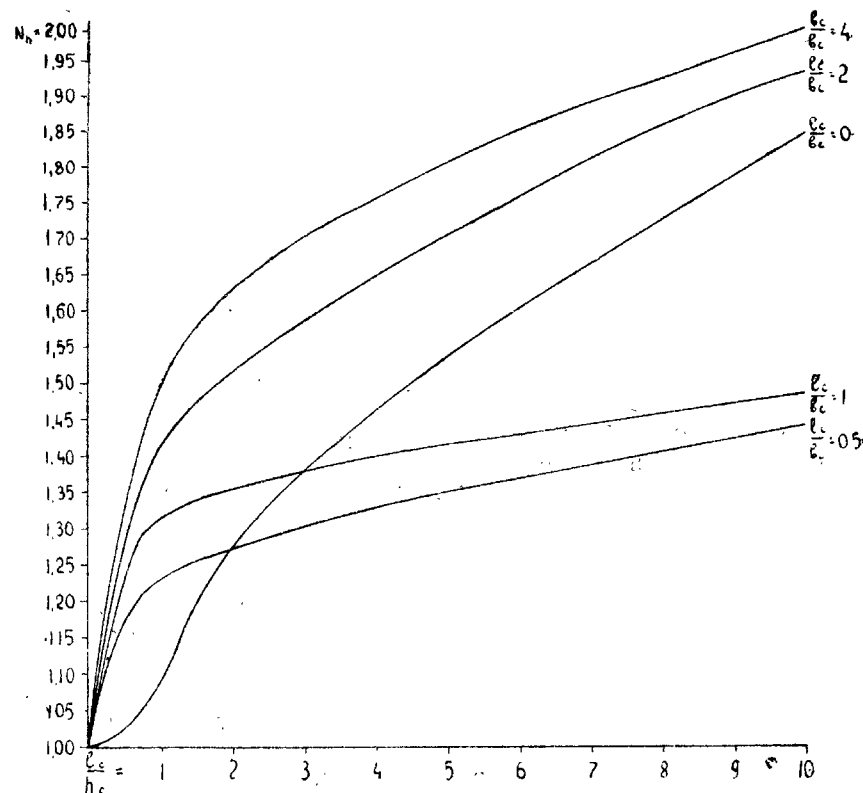
$\frac{l_c}{h_c} \backslash \frac{l_c}{b_c}$	0	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	8,0	10,0
1,25	1,000	1,280	1,350	1,395	1,420	1,455	1,490	1,520	1,550	1,600	1,640
1,5	1,000	1,295	1,390	1,440	1,470	1,520	1,570	1,620	1,665	1,740	1,815
2,0	1,000	1,310	1,425	1,475	1,520	1,590	1,650	1,705	1,765	1,855	1,940
4,0	1,000	1,335	1,500	1,580	1,635	1,705	1,755	1,805	1,855	1,925	2,000

По данным этой таблицы построены и кривые на диаграмме (Фиг. 27) на ряду с кривыми для широкого зажатого клина.

Само собой понятно, что и в разбираемом случае прокатки при углах захвата больше угла трения, коэффициент  $\nu_h$  будет больше коэффициента, найденного по диаграмме, вследствие увеличения растяжения прокатываемой полосы.

Далее необходимо отметить, что таблицы и диаграммы для  $\nu_h$  вычислены при коэффициенте трения  $f_D = 0,315$ ; между тем последний при прокатке изменяется, в виду этого выясним влияние коэффициента трения на коэффициент  $\nu_h$ .

С этой целью вычислена таблица 40 для коэффициента  $\nu_h$  при коэффициенте трения  $f_D = 0,315$  и  $f_D = 0,333$  в квадратном зажатом клине.



Фиг. 27

Таблица 40

Численные значения коэффициента  $\nu_h$ , при отношении  $\frac{l_c}{b_c} = 1$ ;  $f_D = 0,315$  и  $f_D = 333$

$f_D \backslash \frac{l_c}{h_c}$	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	8,0	10,0
0,315	1,260	1,320	1,340	1,355	1,380	1,400	1,415	1,430	1,465	1,485
0,333	1,250	1,320	1,345	1,360	1,410	1,415	1,430	1,460	1,490	1,510

Из последней таблицы видим, что влияние коэффициента трения  $f_D$  — сложное, а именно: при  $\frac{l_c}{h_c} < 1$  увеличение коэффициента трения  $f_D$  вызывает уменьшение коэффициента  $\nu_h$ , а при  $\frac{l_c}{h_c} > 1$ , наоборот, увеличение  $f_D$  сопряжено с увеличением и коэффициента  $\nu_h$ .

Из этой же таблицы видим, что при небольшом колебании коэффициента трения  $f_D$ , сопряженное с ним изменение коэффициента  $\nu_h$  — незначительно, а при  $\frac{l_c}{h_c}$ , близком к единице, оно ничтожно; в виду этого приближенно можем принять, что небольшие изменения коэффициента трения практически не влияют на коэффициент  $\nu_h$ ; конечно, это будет верным только в том случае, когда изменение  $f_D$  не будет сопряжено с нарушением нормальных условий прокатки, т. е. не будет вызывать частичного буксования.

Ради точности отметим, что последняя таблица (40) вычислена для зажатого клина с квадратным горизонтальным сечением ( $l_c = b_c$ ) и что зависимость  $\nu_h$  от коэффициента трения ( $f_D$ ) в длинном и широком зажатом клине будет отличаться от таковой в квадратном, и надо полагать, тем значительно, чем отношение  $\frac{l_c}{b_c}$  дальше от единицы; но значительного различия во влиянии

$f_D$  на  $\nu_h$  при различных отношениях  $\frac{l_c}{b_c}$  не может быть, как это легко видеть из равенств для  $\nu_h$ ; в виду этого полученный нами из последней таблицы вывод распространяем на прокатку с длинным и широким зажатом клином.

Заканчивая на этом исследование коэффициента  $\nu_h$ , выясним одно кажущееся противоречие этого коэффициента (выявленное при его исследовании) принципу наименьшего сопротивления. Этот коэффициент, как видно из диаграммы, всегда больше единицы, и величина его определяется соотношением между работой растяжения и сжатия прокатываемой полосы, и если бы мы приняли, что прокатываемая полоса подвергается только сжатию, то коэффициент  $\nu_h$  в этом случае был бы равен единице, т. е. он принял бы наименьшую величину.

Из равенств для окружного усилия видим, что при данном усилии сжатия ( $Q_h$ ) будем иметь наименьшее окружное усилие, а следовательно, и наименьшую работу прокатки, лишь в том случае, когда прокатываемая полоса подвергается только сжатию. Таким образом, по закону наименьшего сопротивления, прокатываемая полоса должна подвергаться только сжатию, и растяжение ее противоречит этому общему принципу для всех механических явлений.

Это противоречие является только кажущимся, и мы можем убедиться в этом из следующих соображений.

Коэффициент  $\nu_h$  убеждает нас в том, что при данной обжатии данной полосы работа прокатки будет меньше, если это уменьшение толщины будет только вследствие сжатия полосы; и если при прокатке полосы в валках были такие условия действия приложенных к полосе сил, при которых они могли бы производить только сжатие, то, по закону наименьшего сопротивления, полоса подвергалась бы только сжатию.

В действительных условиях прокатки, как это нами выяснено раньше, к полосе приложены фрикционные силы, втягивающие

и вталкивающие полосу в валки, а сжимающее действие валков на полосу есть реакция силы давления, возбуждаемого фрикционными втягивающими и вталкивающими силами; вследствие этого прокатываемая полоса будет подвергаться сложной деформации; и по принципу наименьшего сопротивления устанавливается такое соотношение между растяжением и сжатием, при котором будем иметь наименьшую работу прокатки.

Имея это в виду, нам будет понятно, что за величину деформации прокатываемой полосы надо принимать не коэффициент толщины, который не зависит от соотношения между растяжением и сжатием, а вытяжку прокатываемой полосы, которая зависит от этого соотношения; при этом нам будет понятно возрастание окружного усилия, а следовательно, и работы прокатки, с увеличением коэффициента  $\nu_h$  при данном усилии сжатия  $Q_h$ , ибо увеличение  $\nu_h$  вызывается увеличением отношения растяжения к сжатию, а с увеличением этого отношения вытяжка полосы увеличивается. Таким образом, увеличение работы связано с соответствующим увеличением величины деформации; и закон наименьшего сопротивления заключается в том, что между растяжением и сжатием устанавливается такое соотношение, при котором будем иметь наименьшую удельную работу, рассчитанную на единицу величины деформации, что и будет выяснено ниже.

Отсюда, полученное нами выше для растяжения прокатываемой полосы противоречие принципу наименьшего сопротивления есть следствие голого и неверного применения этого принципа, без учета действительных условий действия приложенных сил и действительной величины деформации прокатываемой полосы.

Теперь выясним второй вопрос — относительно точки приложения окружного усилия к зажатому клину. Выше мы выяснили, что условное окружное усилие имеет точку приложения, центральный угол ( $\alpha_p$ ) которой приближенно будет равен двум третям угла захвата.

Мы бессильны пока дать аналитическое решение для угла  $\alpha_p$ , соответствующего точке приложения действительного окружного усилия, но имеем основание предполагать, что точка приложения действительного окружного усилия будет близка к точке приложения условного окружного усилия, ибо выше нами было выяснено, что наибольшее растягивающее действие валки будут иметь у сечения выхода, где имеем наибольшую разность скоростей, что же касается разностей скоростей у сечения выхода зажатого клина, то мы можем практически принять ее равной нулю; следовательно, растягивающее действие окружных сил не может уменьшиться, а способно, скорее, увеличить угол  $\alpha_p$ .

Далее считаем необходимым отметить, что когда угол захвата больше угла трения и прокатка происходит без опережения, относительная величина угла  $\alpha_p$  будет меньше, чем при нормальных условиях прокатки, когда угол захвата меньше угла трения.

Мы не будем здесь останавливаться на вопросе об угле  $\alpha_p$  в связи с предельными углами захвата при прокатке, так как считаем более уместным заняться этим вопросом в 3-й части



нашего курса. Отметим лишь, что определение точки приложения сжимающих усилий ( $Q_h$ ) не имеет такого технического интереса как точка приложения окружного усилия; в виду этого не будем останавливаться на этом вопросе.

Заканчивая на этом изучение фрикционных сил и давлений, выясним еще горизонтальное давление ( $P_1$ ) прокатываемой полосы на валки, или, точнее, горизонтальное давление каждого вала на другой валок при посредстве зажатого клина.

Из фиг. 26 ясно видно, что каждый валок будет действовать, при посредстве зажатого клина, на другой валок по горизонтальному направлению в сторону прокатки с силой, равной горизонтальной составляющей окружного усилия, т. е:

$$P_1 = P_D \cdot \cos \alpha_P. \quad (113)$$

Заканчивая на этом изучение возбуждаемых при прокатке сил, в подтверждение выведенного нами приближенного равенства (109 bis) для окружного усилия, приведем здесь известные, опыты Кодрона<sup>1</sup>.

Опыты Кодрона по прокатке примечательны тем, что в них валки приводились во вращение намотанной на них проволокой, и окружное усилие измерялось динамометром, к которому непосредственно были прикреплены концы сматываемой с валков проволоки. Таким образом, динамометр давал окружное усилие возбуждаемое на бочке валков ( $2P_D$ ), плюс окружное усилие возбуждаемое трением на всех четырех шейках валков, отнесенное на радиус бочки валков, которое, как будет выяснено ниже, равно  $2Q_h f_d \cdot \frac{d}{D}$ , где  $f_d$  — коэффициент трения на шейках, а  $\frac{d}{D}$  — отношение диаметра шейки к диаметру бочки валка.

В опытах Кодрона прокатывались свинцовые полосы под постоянным давлением (в каждой серии опытов), которое производилось грузом через нажимной винт и измерялось динамометром.

Результаты опытов приведены ниже — в таблицах 41, 42, 43, и 44, при чем в каждой таблице представлены рядовые проходы одной полосы под одним и тем же постоянным давлением.

По данным этих опытов рассчитаны: коэффициент  $f_h$  из диаграммы (фиг. 27) и окружное усилие на обоих валках — по равенству (109 bis); в последнем столбце таблиц вычислена разность между окружным усилием, измеренным в опыте, и окружным усилием, рассчитанным по равенству (109 bis). Очевидно, эта разность будет представлять собой окружное усилие, возбужденное трением на шейках валков и отнесенное на радиус бочки валка.

Отсюда, согласно приведенному выше выражению для последнего окружного усилия, будем иметь следующее равенство:

$$2(P_w - P_D) = 2Q_h \cdot f_d \cdot \frac{d}{D}.$$

<sup>1</sup>, „Обработка металлов давлением“, том I, стр. 321.

Из последнего равенства имеем:

$$f_d = \frac{P_w - P_D}{\frac{d}{D} \cdot Q_h}. \quad (114)$$

По последнему равенству вычислен коэффициент трения на шейках валков по средней разности ( $P_w - P_D$ ), данной в последнем столбце каждой таблицы опытов (таб. 41, 42, 43, и 44).

Вертикальное давление ( $Q_h$ ) определялось как сумма давлений, под которым производилась прокатка, плюс вес валка; при этом вес валка с диаметром 100 мм принят равным 30 кг, а вес валка с диаметром 167 мм — равным 50 кг.

Таблица 41

Данные опытов Кодрона по прокатке свинцовой полосы (диаметр валков — 100 мм; постоянное давление — 480 кг; вертикальное давление ( $Q_h$ ) — 510 кг)

№ проходов	Данные опытов				Вычислено									
	$h_1$ (мм)	$b_1$ (мм)	$L_1$ (м)	$2P_w$ (кг)	$\lambda$	$\alpha_0$	$l_c$ (мм)	$h_c$ (мм)	$b_c$ (мм)	$\frac{l_c}{h_c}$	$\frac{l_c}{b_c}$	$\nu_h$	$2P_D$ (кг)	$2(P_w - P_D)$ (кг)
	Начальные размеры полосы													
	20,0	20,0	1,000											
1	17,2	20,6	1,125	180	1,125	13°32'	11,70	18,6	20,30	0,630	0,576	1,22	139,0	41,0
2	14,7	21,1	1,290	175	1,145	12°52'	11,07	15,95	20,65	0,695	0,532	1,21	130,5	44,5
3	12,5	21,6	1,482	170	1,150	12°02'	10,40	13,60	21,35	0,765	0,487	1,20	121,0	49,0
4	10,7	22,0	1,690	164	1,140	10°54'	9,50	11,60	21,80	0,820	0,435	1,20	109,5	54,5
5	9,0	22,5	1,970	158	1,165	10°34'	9,20	9,85	22,25	0,935	0,409	1,20	105,0	53,0
6	7,4	22,9	2,420	152	1,227	10°16'	8,9	8,20	22,70	1,080	0,392	1,20	100,0	52,0
7	5,9	23,4	2,860	144	1,180	9°56'	8,65	6,65	23,15	1,300	0,374	1,21	99,0	45,0
8	4,6	23,8	3,650	138	1,275	9°14'	8,00	5,25	23,60	1,520	0,354	1,21	88,5	49,5
9	3,4	24,1	4,880	130	1,340	8°45'	7,60	4,00	23,95	1,900	0,317	1,22	76,5	53,5
Среднее за все проходы	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	49,0

Из таблицы 41 видим, что окружное усилие  $2(P_w - P_D)$ , обусловленное трением на шейках валков, за все проходы колеблется, без какой-либо закономерности, около средней своей величины, равной 49 кг.

Вычислим коэффициент трения на шейках валков по равенству (114) при соответствующей средней величине окружного усилия, равной 49 кг, при среднем отношении диаметров шейки и валка, равном 0,7:

$$f_d = \frac{24,5}{0,7 \cdot 510} = 0,0685, \text{ или } 6,85\%.$$

Таблица 42

Данные опытов Кодрона по прокатке свинцовой полосы (диаметр валков — 100 мм; постоянное давление — 480 кг; вертикальное давление ( $Q_h$ ) — 380 кг)

№№ проходов	Данные опытов			Вычислено										
	$b_1$ (мм)	$h_1$ (мм)	$L_1$ (м)	$2P_w$ (кг)	$\lambda$	$\alpha_0$	$l_c$ (мм)	$h_c$ (мм)	$b_c$ (мм)	$\frac{l_c}{h_c}$	$\frac{l_c}{b_c}$	$\nu_h$	$2P_D$ (кг)	$2(P_w - P_D)$ (кг)
	Начальные размеры полосы													
	20,0	20,0	1,000											
1	20,4	18,5	1,070	120	1,070	9°56'	8,60	19,25	20,20	0,446	0,425	1,16	74,0	46,0
2	20,8	17,1	1,120	120	1,045	9°36'	8,40	16,80	20,60	0,500	0,407	1,15	72,0	48,0
3	21,1	15,8	1,200	120	1,070	9°14'	8,00	16,45	20,95	0,485	0,382	1,15	68,5	51,5
4	21,3	14,5	1,290	118	1,075	9°14'	8,00	15,15	21,20	0,528	0,378	1,15	68,5	49,5
5	21,8	13,2	1,382	118	1,072	9°14'	8,00	13,85	21,55	0,577	0,371	1,15	68,5	49,5
6	22,0	12,0	1,520	116	1,095	8°45'	8,00	12,60	21,90	0,635	0,365	1,15	63,0	53,0
7	22,3	10,8	1,660	115	1,090	8°45'	7,60	11,40	22,15	0,667	0,343	1,15	63,0	52,0
8	22,6	9,6	1,850	112	1,113	8°45'	7,60	10,20	22,45	0,678	0,338	1,15	63,0	49,0
9	22,9	8,4	2,070	110	1,120	8°45'	7,60	9,00	22,75	0,845	0,334	1,16	62,5	47,5
10	23,2	7,3	2,350	108	1,135	8°30'	7,40	7,85	23,05	0,942	0,321	1,17	62,0	46,0
11	23,4	6,3	2,700	105	1,150	8°06'	7,05	6,80	23,30	1,035	0,302	1,17	59,0	46,0
12	23,6	5,4	3,130	102	1,160	7°42'	6,70	5,85	23,50	1,145	0,249	1,16	56,5	45,5
13	23,7	4,5	3,700	100	1,183	7°42'	6,70	4,95	23,65	1,350	0,209	1,16	55,0	45,0
Среднее за все проходы	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	48,25

Таблица 42 дает такое же колебание окружного усилия в зависимости от трения на шейках валков, как и таблица 41, причем средняя величина  $2(P_w - P_D)$  в таблице 42 незначительно меньше, чем в таблице 41.

Коэффициент трения на шейках по равенству (114) в этом случае будет:

$$f_d = \frac{24,125}{0,7 \cdot 350} = 0,0985, \text{ или } 9,85\%$$

т. е. больше, чем в опытах предшествующей таблицы, на 3%.

Отметим, что наибольшее отступление от средней величины окружного усилия  $2(P_w - P_D)$  в большую сторону дали 5-й и 12-й проходы (таблица 43), в которых мы имеем отступление в возрастании вытяжки от первого прохода к последнему. Таким образом, есть основание предполагать, что колебание величины  $2(P_w - P_D)$  объясняется грубо-приближенными измерениями размеров прокатываемой полосы в опытах.

Далее, из описания опытов следует, что валки диаметром 167 мм имели размер шейки тот же, что и валки с диаметром 100 мм, т. е.  $d = 70$  мм. Отсюда — отношение диаметров шейки и бочки у валков с диаметром 167 мм будет:

$$\frac{d}{D} = \frac{70}{167} = 0,42.$$

Таблица 43

Данные опытов Кодрона по прокатке свинцовой полосы (диаметр валков — 167 мм; постоянное давление — 930 кг; вертикальное давление ( $Q_h$ ) — 930 кг)

№№ проходов	Данные опытов			Вычислено										
	$h_1$ (мм)	$b_1$ (мм)	$L_1$ (м)	$2P_w$ (кг)	$\lambda$	$\alpha_0$	$l_c$ (мм)	$h_c$ (мм)	$b_c$ (мм)	$\frac{c}{h}$	$\frac{c}{b_c}$	$\nu_h$	$2P_D$ (кг)	$2(P_w - P_D)$ (кг)
	Начальные размеры полосы													
	20,0	20,0	1,000											
1	17,0	21,0	1,120	230	1,120	10°54'	15,70	18,50	20,50	0,85	0,765	1,27	22,00	10,0
2	14,5	21,7	1,270	225	1,133	9°56'	14,30	15,75	21,35	0,91	0,670	1,25	20,00	15,0
3	12,3	22,3	1,450	215	1,142	9°18'	13,40	13,40	22,00	1,00	0,610	1,26	187,0	28,0
4	10,3	23,1	1,680	210	1,158	8°52'	12,80	11,30	22,70	1,13	0,563	1,26	179,0	31,0
5	8,2	23,7	2,060	200	1,225	9°06'	13,10	9,25	23,40	1,42	0,560	1,26	178,5	21,5
6	6,6	24,3	2,480	190	1,203	7°56'	11,50	7,40	24,00	1,55	0,480	1,25	155,5	34,5
7	5,2	25,0	3,130	180	1,261	7°26'	10,50	5,90	24,65	1,78	0,425	1,25	143,0	37,0
8	3,9	25,5	4,000	172	1,277	7°10'	10,35	4,55	25,25	2,28	0,410	1,25	137,0	35,0
9	2,8	26,0	5,480	160	1,370	6°37'	9,52	3,35	25,75	2,85	0,370	1,27	123,5	36,5
10	1,9	26,5	7,900	148	1,442	5°58'	8,68	2,35	26,25	3,70	0,330	1,29	111,5	36,5
11	1,2	26,9	12,410	124	1,572	5°14'	7,62	1,55	26,70	4,90	0,285	1,31	96,5	27,5
12	0,9	27,2	16,300	112	1,312	3°26'	5,00	1,05	27,05	4,75	0,185	1,30	67,3	44,7
13	0,6	27,4	24,200	104	1,485	3°26'	5,00	0,75	27,30	6,67	0,183	1,34	66,0	38,0
14	0,4	27,6	36,400	94	1,504	2°48'	4,08	0,50	27,50	8,16	0,148	1,37	54,6	39,4
15	0,3	27,7	48,000	88	1,319	1°39'	2,89	0,35	27,65	8,25	0,105	1,37	34,5	53,5
Среднее за все проходы	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	35,0

Отсюда имеем следующий коэффициент трения на шейках, вычисленный согласно равенству (114) по средней величине окружного усилия для опытов, результаты которых даны в таблице 43:

$$f_d = \frac{17,5}{0,42 \cdot 980} = 0,0425, \text{ или } 4,25\%,$$

т. е. меньше, чем в опытах, результаты которых даны в таблице 41, на 2,6 %.

Коэффициент трения на шейках валков по среднему окружному усилию (таблица 44):

$$f_d = \frac{11,15}{0,42 \cdot 400} = 0,066, \text{ или } 6,6\%,$$

незначительно отличается от такового же, найденного для опытов, результаты которых помещены в таблице 41.

Для сравнения вычисленных из опытов величин коэффициента трения на шейках, ниже приводим таблицу 45, из которой видим, что опыты в валках диаметром 100 мм дали коэффициент трения ( $f_d$ ) больше при меньшем давлении; то же самое дали опыты в валках диаметрам 167, мм, при чем последние опыты, по сравнению с первыми, дали коэффициент трения меньше.

Полученное из опытов увеличение коэффициента трения на шейках при уменьшении давления не вносит какого-либо противоречия, ибо из опытов известно, что при твердой смазке такая зависимость его (коэффициента) возможна; другое дело — понижение коэффициента трения в опытах при валках диаметром 167 мм, по сравнению с опытами при валках диаметром 100 мм, так как само собой понятно, что размер диаметра бочки валка не может оказывать какого-либо влияния на коэффициент трения шеек, и это понижение мы можем объяснить только более лучшими условиями смазки шеек, при этом отметим, что полученное колебание коэффициента трения не выходит за пределы возможного для открытых шеек с твердой смазкой.

Заканчивая на этом анализ опытов Кодрона, считаем необходимым отметить, что опытное исследование возбуждаемых при прокатке усилий с одновременным исследованием деформации прокатываемой полосы имеет особенную ценность в том отношении, что оно обнимает собой законченный цикл двух основных вопросов теории прокатки, связанных между собой как причина и следствие, ибо деформация прокатываемой полосы есть следствие приложенных к ней сил и реакций.

Отсюда само собой понятно, что только такое полное исследование способно дать верную и бесспорную теорию прокатки.

В заключение считаем необходимым еще раз отметить, что выведенные нами равенства (109) и (109bis) являются только приближенными, и степень их точности будет установлена ниже — на

Таблица 44  
Данные опытов Кодрона по прокатке свинцовой полосы (диаметр валков — 167 мм; постоянное давление — 350 кг; верти-  
кальное давление ( $Q_h$ ) — 40 кг)

№ № проходов	Данные опытов						В ы ч и с л е н о									
	$h_1$ (мм)	$b_1$ (мм)	$L_1$ (м)	$2P_W$ (кг)	$\lambda$	$\alpha_0$	$l_c$	$h_c$	$b_c$	$\frac{l_c}{h_c}$	$\frac{l_c}{b_c}$	$v_h$	$2P_D$ (кг)	$2(P_W - P_D)$ (кг)		
															Начальные размеры полосы	
20,0	20,0	1,000														
1	19,1	20,2	1,032	60	1,032	5°56'	8,70	19,55	20,10	0,445	0,432	1,17	47,5	12,6		
2	18,3	20,3	1,050	60	1,045	5°36'	8,15	18,70	20,25	0,435	0,402	1,16	44,5	15,5		
3	17,6	20,4	1,110	60	1,030	5°14'	7,62	17,95	20,35	0,425	0,375	1,16	41,5	18,6		
4	16,9	20,5	1,150	60	1,035	5°14'	7,62	17,25	20,45	0,442	0,373	1,16	41,5	18,5		
5	16,3	20,6	1,194	59	1,037	4°52'	7,10	16,60	20,55	0,427	0,345	1,15	38,8	20,2		
15	11,1	21,6	1,660	56	1,035	3°53'	5,78	10,90	21,65	0,528	0,267	1,13	30,7	24,4		
16	10,7	21,7	1,720	56	1,035	3°53'	5,78	10,50	21,75	0,560	0,266	1,13	30,7	25,3		
17	10,3	21,8	1,780	56	1,080	3°58'	5,78	10,10	21,85	0,572	0,264	1,13	30,7	25,3		
18	9,9	21,9	1,830	56	1,080	3°58'	5,78	9,70	21,95	0,595	0,263	1,13	30,7	25,3		
19	9,5	22,0	1,910	56	1,045	3°58'	5,78	9,30	22,05	0,620	0,262	1,13	30,5	25,5		
20	9,1	22,1	2,030	56	1,070	3°58'	5,78	8,90	22,15	0,620	0,262	1,13	30,5	25,5		
34	3,5	23,5	4,320	56	1,120	3°58'	5,78	3,30	23,55	1,75	0,245	1,22	32,0	24,0		
35	3,1	23,6	6,400	54	1,120	3°26'	5,00	2,45	23,65	1,70	0,212	1,22	27,7	26,3		
36	2,8	23,7	6,040	52	1,110	3°26'	5,00	2,65	23,75	1,80	0,210	1,22	27,7	24,3		
37	2,5	23,8	6,670	52	1,110	3°26'	5,00	2,85	23,85	2,12	0,209	1,22	27,7	24,3		
38	2,2	23,9	7,540	52	1,180	3°26'	5,00	2,35	23,85	2,44	0,208	1,24	27,5	24,5		
39	1,9	24,0	8,390	52	1,180	3°26'	5,00	2,05	23,95	2,44	0,208	1,24	27,5	24,5		
Среднее за все проходы	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	22,3	

Таблица 45

Изменение коэффициента трения в зависимости от диаметра валков и давления.

Диаметр валков (D)	100 мм		167 мм	
	Давление (Q <sub>h</sub> )	510 кг	380 кг	980 кг
Коэффициент трения (f <sub>d</sub> )	6,85%	9,85%	4,25%	6,60%

примерах — сравнением с окружным усилием, вычисленным другим способом, на основании работы прокатки, к изучению которой сейчас переходим.

### 3. РАБОТА ПРОКАТКИ, ВОЗБУЖДАЕМАЯ НА БОЧКЕ ВАЛКОВ

При изучении соотношения между растяжением и сжатием прокатываемой полосы (см. главу III) мы различали полезную работу, затрачиваемую на преодоление только внутренних сопротивлений, и полную работу при прокатке, возбуждаемую на бочке валков и затрачиваемую на внутренние и внешние (вредные) сопротивления; поэтому и в дальнейшем мы будем различать эти два вида работ, ибо отсюда вытекает понятие коэффициента полезного действия на бочке прокатных валков, а последний является очень важным фактором для взаимной оценки разных видов и методов прокатки; при этом оставим прежние обозначения для величин, которые были приняты нами раньше, и будем относить работу к объему всей прокатываемой полосы, а не к объему зажатого клина, как это было принято раньше.

Как известно, полезная работа состоит из работы сжатия и работы растяжения, т. е.:

$$A'_D = A'_h + A'_1.$$

Введем понятие условной полезной работы сжатия (A'<sub>h</sub>') аналогично понятию полной условной работы сжатия (A<sub>h</sub>'), введенному нами при выводе равенства (100) (т. е. знаком A<sub>h</sub>''' обозначим полезную работу сжатия при условии, что прокатываемая полоса подвергалась бы только сжатию).

Имея это в виду, напишем последнее равенство в следующем виде:

$$A'_D = \left(1 + \frac{A'_1}{A'_h}\right) \cdot \frac{A'_1}{A'_h} \cdot A_h''''.$$

Далее, принимая во внимание, что

$$\frac{A'_1}{A'_h} = \frac{\lg \lambda_1}{\lg \frac{1}{\eta_h}} = K;$$

$$\frac{A'_h}{A_h''''} = \frac{\lg \frac{1}{\eta_h}}{\lg \frac{1}{\eta}} = \frac{1}{1 + nK} \quad (\text{см. рав. 98})$$

и подставляя это в последнее равенство, — имеем:

$$A'_D = \frac{1 + K}{1 + nK} \cdot A_h'''' \quad (115)$$

или, вводя ради краткости, обозначение:

$$\nu_\eta = \frac{1 + K}{1 + nK} \quad (116)$$

напишем последнее равенство в следующем виде:

$$A'_D = \nu_\eta \cdot A_h''''.$$

Далее, принимая во внимание, что условная полезная работа (A'<sub>h</sub>') равна = 2,3q<sub>1</sub> V lg  $\frac{1}{\eta}$  и подставляя ее значение в последнее равенство, имеем:

$$A'_D = 2,3 \nu_\eta q_1 V \lg \frac{1}{\eta} \quad (117)$$

Последнее равенство представляет неудобства при технических расчетах, так как на практике принято выражать прокатываемые полосы в весовых единицах, а работу — в кг×м, в л. с.×сек и в л. с.×час.

Примем, что удельное давление будем выражать в кг/мм<sup>2</sup>; отсюда само собой понятно, что объем полосы (V) в последнем равенстве будет выражен в мм<sup>3</sup>.

Имея это в виду и обозначая вес полосы в кг через G, а удельный вес металла — через δ, будем иметь следующее очевидное равенство:

$$V = 10^6 \cdot \frac{G}{\delta}.$$

Подставляя последнее в равенство (117) и принимая во внимание, что при принятых единицах для q<sub>1</sub> и V работа в этом равенстве выражена в кг×мм, а мы желаем выразить ее кг×м, т. е. числом в 1000 раз меньше, получим следующее равенство для расчета полезной работы в кг×м:

$$A'_D = \frac{2300}{\delta} \cdot \nu_\eta q_1 G \lg \frac{1}{\eta} \quad (118)$$

Для расчета полезной работы в  $кг \times м$  при прокатке железных полос, принимая удельный вес  $\delta = 7,85$ , получим следующее равенство:

$$A'_D = 293 \nu_\eta q_1 G \lg \frac{1}{\eta}. \quad (118bis)$$

Далее введем понятие удельной полезной работы прокатки; под последней будем понимать работу, рассчитанную на единицу веса и на единицу деформации, при чем за последнюю единицу

в данном случае примем  $\lg \frac{1}{\eta} = 1$ , или  $\frac{1}{\eta} = 10$ .

Отсюда, обозначая удельную полезную работу в данном случае через  $a_\eta$ , получим для нее из вышеприведенных равенств полезной работы, полагая в них  $G = 1$  и  $\lg \frac{1}{\eta} = 1$ , следующее выражение:

$$a_\eta = \frac{2300}{\delta} \nu_\eta q_1, \quad (119)$$

в котором удельная работа будет выражена в  $кг \times м$  на 1  $кг$ . То же при прокатке железных полос ( $\delta = 7,85$ );

$$a_\eta = 293 \nu_\eta q_1. \quad (119bis)$$

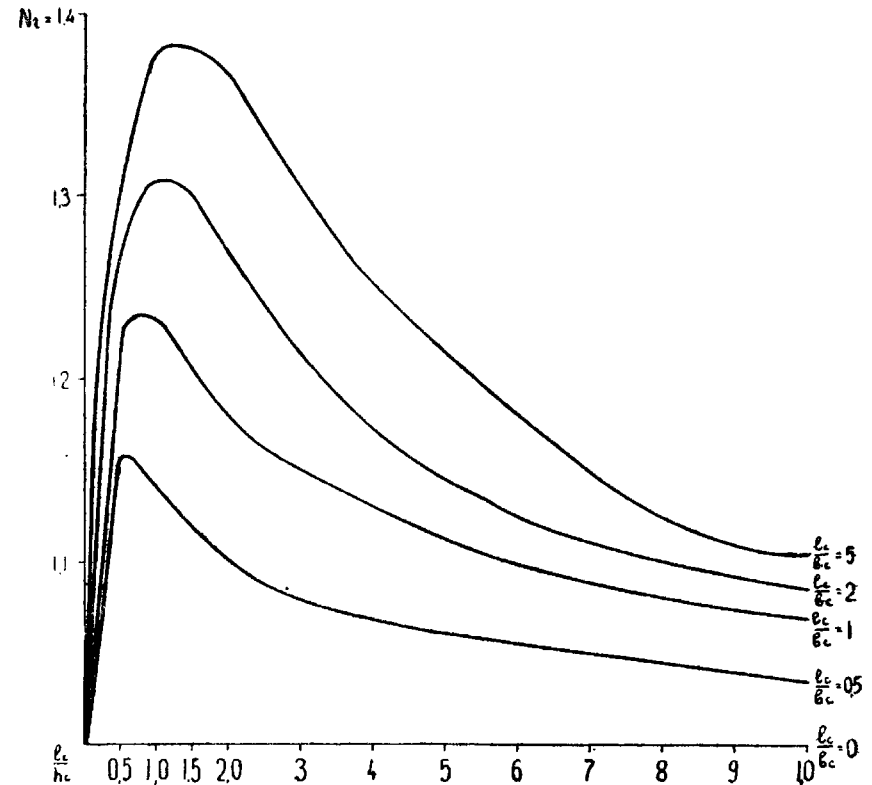
Из последних равенств видим, что при данном  $q_1$  изменение удельной полезной работы всецело определяется изменением коэффициента  $\nu_\eta$ ; в виду этого выясним, как изменяется этот коэффициент.

С этой целью ниже помещена таблица 46, вычисленная по равенству (116) (при этом, ради точности, отметим, что строки при  $\frac{l_c}{b_c} < 1$  вычислялись для среднего угла захвата  $\alpha_0 = 15^\circ$ ), и по этой таблице построены кривые на диаграмме (фиг. 28).

Таблица 46

Численные значения коэффициента  $\nu_\eta$  определяемые по равенству (116)

$\frac{l_c}{b_c} \backslash \frac{l_c}{h_c}$	0	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	8,0	10,0
0,0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,5	1,000	1,160	1,140	1,120	1,100	1,080	1,065	1,060	1,055	1,045	1,035
1,0	1,000	1,220	1,230	1,200	1,180	1,150	1,130	1,110	1,100	1,080	1,070
2,0	1,000	1,270	1,310	1,290	1,260	1,210	1,170	1,145	1,125	1,100	1,085
5,0	1,000	1,300	1,380	1,380	1,365	1,305	1,250	1,210	1,180	1,125	1,105



Фиг. 28

Из таблицы 46 видим, что коэффициент  $\nu_\eta$  изменяется в тесных пределах, при этом чем меньше отношение  $\frac{l_c}{b_c}$ , тем теснее пределы его изменения; коэффициент этот имеет максимум, и отношение  $\frac{l_c}{h_c}$ , при котором наступает максимум, тем меньше, чем меньше отношение  $\frac{l_c}{b_c}$ .

При данном  $q_1$  удельная полезная работа прокатки будет изменяться так же, как коэффициент  $\nu_\eta$ ; поэтому восходящие ветви кривых на диаграммах (фиг. 28) будут противоречить принципу наименьшего сопротивления, ибо они показывают, что на этом участке устанавливается такое соотношение между растяжением и сжатием, при котором удельная работа прокатки возрастает. Полученное противоречие указывает нам на то, что коэффициент высоты нельзя принимать за меру величины деформации при прокатке в отношении работы прокатки, ибо, как мы упоминали раньше, соотношение между растяжением и сжатием совершенно не влияет на величину этого коэффициента, и что более

характерной величиной деформации прокатываемой полосы является ее вытяжка. В виду этого выведем равенства для расчета полезной работы прокатки, в которых последняя выражена в зависимости от вытяжки; с этой целью, разделив и умножив правую часть равенства (118) на  $\lg \lambda$ , получим:

$$A'_D = \frac{2300}{\delta} \nu_\eta q_1 G \cdot \frac{\lg \frac{1}{\eta}}{\lg \lambda} \cdot \lg \lambda.$$

Далее, подставляя сюда, вместо  $\nu_\eta$  и  $\frac{\lg \frac{1}{\eta}}{\lg \lambda}$ , их выражения из равенств (116) и (72), получим:

$$A'_D = \frac{2300}{\delta} \cdot \frac{1+K}{m+K} \cdot q_1 G \lg(\lambda), \quad (120)$$

или, вводя, ради краткости, обозначение:

$$\nu_\lambda = \frac{1+K}{m+K}, \quad (121)$$

перепишем последнее равенство в следующем виде:

$$A'_D = \frac{2300}{\delta} \nu_\lambda q_1 G \lg \lambda. \quad (120bis)$$

То же для прокатываемой железной полосы ( $\delta = 7,85$ ):

$$A'_D = 293 \nu_\lambda q_1 G \lg \lambda. \quad (122)$$

В этом последнем равенстве работа выражена в  $кг \times м$ . Далее, вводя понятие удельной полезной работы, как работы прокатки, при  $G = 1$  и  $\lg \lambda = 1$ , и обозначая ее через  $a'_D$ , — будем иметь для нее следующее выражение:

$$a'_D = \frac{2300}{\delta} \nu_\lambda q_1; \quad (123)$$

то же для прокатываемых железных полос:

$$a'_D = 293 \nu_\lambda q_1. \quad (124)$$

В технике принято выражать удельную работу в  $л.с. \times час$  на  $1 м$ ; в виду этого приведем здесь равенство для расчета работы в этих единицах:

$$a'_D = 1,085 \nu_\lambda q_1. \quad (124bis)$$

Кстати приведем здесь соответственное равенство для расчета абсолютной полезной работы, выраженной в  $л.с. \times час$ .

Очевидно, это равенство будет следующее:

$$A'_D = a'_D \cdot G \lg \lambda = 1,085 \nu_\lambda q_1 G \lg \lambda, \quad (122bis)$$

в котором: вес железной полосы ( $G$ ) выражен в тоннах, а работа ( $A'_D$ ) — в  $л.с. \times час$ .

Ниже помещаем таблицу 47 для коэффициента  $\nu_\lambda$ , вычисленную по равенству (121), и построенную по этой таблице диаграмму (фиг. 29); при этом считаем необходимым отметить, что при  $\frac{l_c}{b_c} < 1$  коэффициент  $K$  вычислялся при угле захвата  $\alpha_0 = 15^\circ$ .

Таблица 47

Численные значения коэффициента  $\nu_\lambda$ , определяемые по равенству (121)

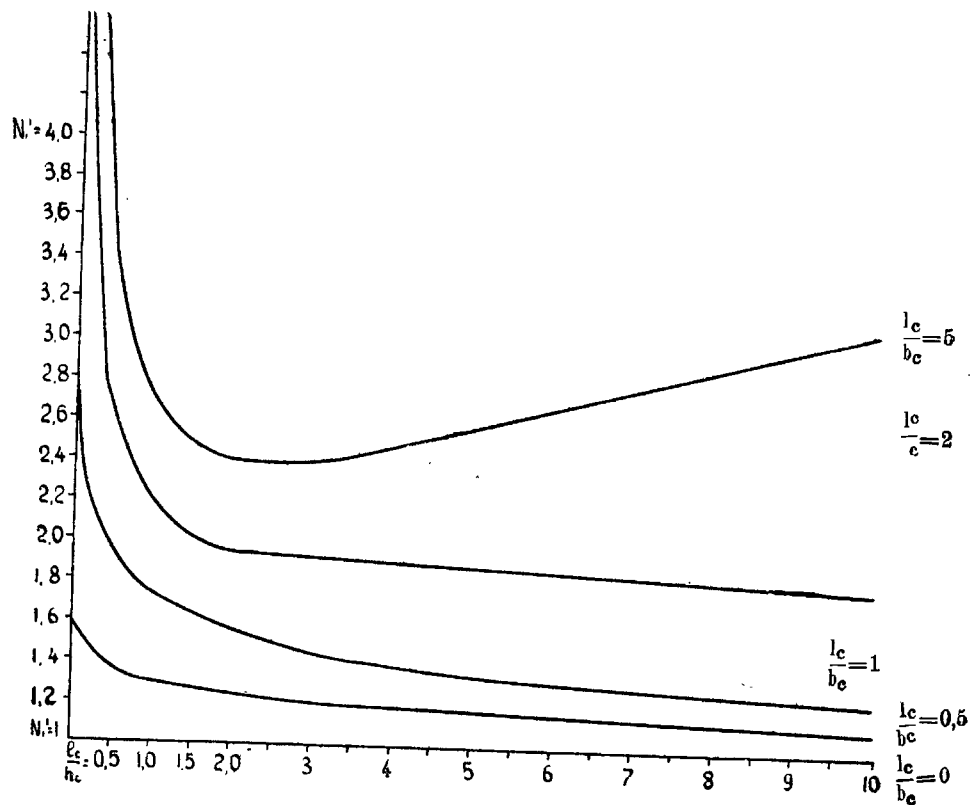
$\frac{l_c}{b_c} \backslash \frac{l_c}{h_c}$	0	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	8,0	10,0
0,0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,5	1,600	1,375	1,310	1,280	1,265	1,220	1,190	1,170	1,160	1,140	1,120
1,0	3,000	1,940	1,720	1,630	1,565	1,470	1,400	1,360	1,325	1,280	1,250
2,0	6,000	2,580	2,160	2,020	1,970	1,930	1,900	1,875	1,850	1,820	1,790
5,0	15,000	3,300	2,650	2,480	2,400	2,400	2,460	2,540	2,640	2,880	3,050

Из таблицы 47 и кривых на диаграмме (фиг. 29) видим, что коэффициент  $\nu_\lambda$  изменяется в очень широких пределах и имеет одинаковую величину с коэффициентом  $\nu_\eta$  только при отношении  $\frac{l_c}{b_c} = 0$ , когда оба эти коэффициента равны единице при любом отношении  $\frac{l_c}{h_c}$ .

Чтобы понять последнее, надо иметь в виду, что отношение  $\frac{l_c}{b_c} = 0$  получается при бесконечно-большой ширине полосы, при этом коэффициенты деформации  $\lambda$  и  $\frac{1}{\eta}$  равны между собой.

При данном  $q_1$  удельная работа  $a'_D$  будет пропорциональна коэффициенту  $\nu_\lambda$ ; следовательно, кривые на диаграмме (фиг. 29), при  $q_1 = const$ , будут кривыми удельного расхода работы (действительные кривые удельного расхода — другие, так как  $q_1$  изменяется).

Из диаграммы видим, что все кривые (за исключением кривой при отношении  $\frac{l_c}{b_c} = 5$ ) — нисходящие; таким образом, удельная работа, рассчитанная на единицу вытяжки ( $\lg \lambda = 1$ ), будет уменьшаться с увеличением  $\frac{l_c}{h_c}$  и не находится в противоречии с законом наименьшего сопротивления, за исключением восходящей ветви кривой при отношении  $\frac{l_c}{b_c} \geq 5$ ; при чем послед-



Фиг. 29

няя вполне объяснима, так как при  $\frac{l_c}{b_c} \geq 5$  и  $\frac{l_c}{h_c} > 3$  получим такую форму зажатого клина, при которой с увеличением  $\frac{l_c}{h_c}$  удельная работа на единицу вытяжки возрастает.

Расчет работы по вытяжке является более удобным, когда имеется в виду расчет работы за несколько проходов, ибо в этом случае общая вытяжка за все проходы легко определяется как отношение площади начального сечения к площади конечного. Кстати отметим здесь, что диаграмма (фиг. 29) дает нам наглядную картину для удельного расхода полезной работы в различных видах прокатки, из которой следует, что *наименьший удельный расход полезной работы будем иметь при прокатке широких листов и полос, и этот расход увеличивается*

*с увеличением отношения  $\frac{l_c}{b_c}$  и с уменьшением отношения  $\frac{l_c}{h_c}$ .*

Теперь выведем равенства для расчета полной работы прокатки, возникающей на бочке валков.

Полная условная работа ( $A'_h$ ) выразится следующим известным равенством:

$$A'_h = 2,3 q V \lg \frac{1}{\eta},$$

в котором  $q$  есть удельное давление внешних сил, преодолевающих как внутренние (полезные) сопротивления, так и внешние (скольжение на контактных поверхностях), и его необходимо отличать от удельного давления ( $q_1$ ) внешних сил, преодолевающих только внутренние сопротивления.

Подставляя последнее в равенство (100), имеем:

$$A_D = 2,3 \nu_h q V \lg \frac{1}{\eta}. \quad (125)$$

Коэффициент  $\nu_h$ , входящий в последнее равенство, исследован нами раньше (см. равенство (99), таблицы 37,39 и диаграмму на фиг. 27).

Далее, полная работа в  $кг \times м$ , очевидно, выразится следующим равенством:

$$A_D = \frac{2300}{\delta} \cdot \nu_h q G \lg \frac{1}{\eta}; \quad (126)$$

та же работа в  $кг \times м$  при прокатке железных полос:

$$A_D = 293 \nu_h q G \lg \frac{1}{\eta}; \quad (127)$$

та же работа в  $л. с. \times сек$ :

$$A_D = 3,9 \nu_h q G \lg \frac{1}{\eta}. \quad (127bis)$$

Далее мы могли бы вывести равенства для удельной полной работы, рассчитанной при  $G = 1$  и  $\lg \frac{1}{\eta} = 1$ , и убедиться в том, что коэффициент высоты является неподходящей мерой величины деформации при расчете удельной полной работы прокатки.

Кстати добавим еще следующее: цель прокатки полосы заключается в уменьшении площади поперечного сечения, а последнее выражается вытяжкой полосы, отсюда, естественно, удельную работу прокатки надо рассчитывать только на единицу вытяжки.

В виду этого приведем здесь равенства для полной работы прокатки, возникающей на бочке валков, в функции логарифма вытяжки, а также для удельной работы, как это было сделано раньше для полезной работы прокатки, с этой целью, умножив

и разделив правую часть равенства (126) на логарифм вытяжки, получим:

$$A_D = \frac{2300}{\delta} \cdot \nu_h q G \cdot \frac{\lg \frac{1}{\eta}}{\lg \lambda} \cdot \lg \lambda.$$

Далее, принимая во внимание, что

$$\frac{\lg \frac{1}{\eta}}{\lg \lambda} = \frac{1 + nK}{m + kK}$$

и подставляя это в последнее равенство, получим:

$$A_D = \frac{2300}{\delta} \cdot \frac{1 + nK}{m + kK} \cdot \nu_h q G \lg \lambda, \quad (128)$$

или, вводя ради краткости обозначение:

$$\nu_1 = \frac{1 + nK}{m + kK} \cdot \nu_h, \quad (129)$$

перепишем последнее равенство в следующем виде:

$$A_D = \frac{2300}{\delta} \cdot \nu_1 q G \lg \lambda; \quad (128bis)$$

то же равенство (128bis) для прокатки железных полос ( $\delta = 7,85$ ):

$$A_D = 293 \nu_1 q G \lg(\lambda); \quad (130)$$

то же, когда работа выражена в л. с.  $\times$  сек:

$$A_D = 3,9 \nu_1 q G \lg(\lambda); \quad (130A)$$

то же, когда работа выражена в л. с.  $\times$  час, а вес железной полосы (G) — в тоннах:

$$A_D = 1,085 \nu_1 q G \lg(\lambda). \quad (130B)$$

Далее, удельная полная работа ( $a_D$ ) на бочке валков в кг  $\times$  м на 1 кг прокатанного любого металла:

$$a_D = \frac{2300}{\delta} \nu_1 q; \quad (131)$$

то же при прокатке железных полос:

$$a_D = 293 \nu_1 q; \quad (132)$$

то же в л. с.  $\times$  сек на 1 кг прокатанной полосы:

$$a_D = 3,9 \nu_1 q; \quad (132A)$$

то же в л. с.  $\times$  час на 1 т прокатанной полосы:

$$a_D = 1,085 \nu_1 q. \quad (132B)$$

Теперь исследуем изменение коэффициента  $\nu_1$ , входящего в последние равенства и определяемого равенством (129); подставляя с этой целью в последнее равенство, на место  $\nu_h$ , его выражение из равенства (99), после простых выкладок получим:

$$\nu_1 = \left[ 1 + \frac{\frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c}{h_c}}{1 + 2f_D \frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c - l_c'}{h_c}} \right] \cdot \frac{1}{m + K}. \quad (133)$$

Сравнивая полученное выражение для коэффициента  $\nu_1$  с таковым для  $\nu_h$  (см. равенство 99), видим, что первый множитель у них одинаковый, а отличаются они только вторым множителем; следовательно, здесь, как и при исследовании коэффициента  $\nu_h$ , будем иметь два случая, а именно: 1) случай, когда зажатый клин — широкий, и 2) случай, когда он — длинный.

Очевидно, в первом случае будем иметь следующее равенство для коэффициента:

$$\nu_1 = \left[ 1 + \frac{\frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c}{h_c}}{1 + (1 + \operatorname{tg} \alpha_0) f_D \frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c}{h_c}} \right] \cdot \frac{1}{m + K}. \quad (134)$$

которое будет отличаться от соответствующего равенства для коэффициента  $\nu_h$  (см. равенство 110) только вторым множителем.

По последнему равенству вычислена таблица 48 и построены кривые на диаграмме (фиг. 30), при чем, как и в соответствующей таблице для  $\nu_h$  (см. таб. 37), коэффициент K рассчитывался при среднем угле захвата  $\alpha_0 = 15^\circ$  и коэффициенте трения  $f_D = 0,315$ .

Таблица 48

Численные значения коэффициента  $\nu_1$ , определяемые по равенству (134)

$\frac{l_c}{b_c} \backslash \frac{l_c}{h_c}$	0,	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	8,0	10,0
0,0	1,000	1,032	1,087	1,195	1,275	1,380	1,465	1,540	1,605	1,735	1,850
0,5	1,600	1,375	1,405	1,440	1,435	1,450	1,490	1,500	1,505	1,535	1,570
1,0	3,000	1,990	1,855	1,840	1,820	1,780	1,755	1,740	1,730	1,735	1,740



Во втором случае будем иметь следующее равенство для коэффициента:

$$\nu_1 = \left[ 1 + \frac{\frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c}{h_c}}{1 + f \frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c}{h_c} \cdot \left( 2 - \frac{b_c}{l_c} \right)} \right] \cdot \frac{1}{m + K}, \quad (135)$$

которое будет отличаться от равенства (112) для коэффициента  $\nu_h$  только вторым множителем.

По последнему равенству вычислена таблица 48; на основании ее построены соответствующие кривые на той же диаграмме (фиг. 30).

Таблица 49

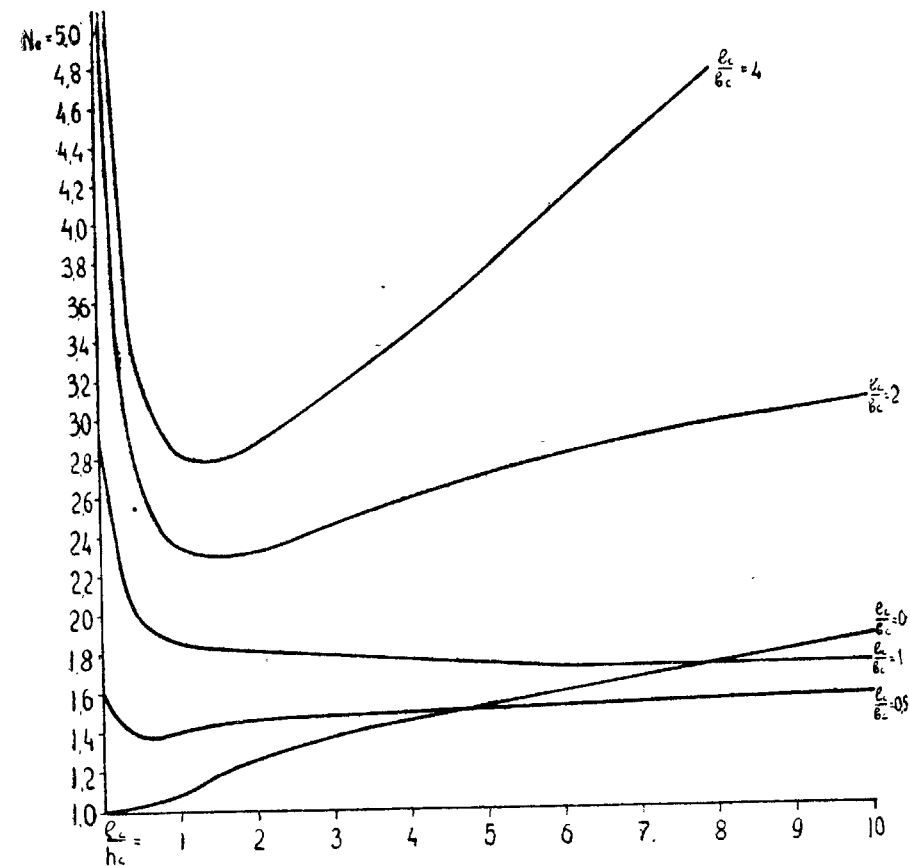
Численные значения коэффициента  $\nu_1$ , определяемые по равенству (135)

$\frac{l_c}{b_c} \backslash \frac{l_c}{h_c}$	0	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	8,0	10,0
2	6,000	2,660	2,340	2,300	2,330	2,450	2,580	2,710	2,800	2,960	3,080
4	12,000	3,290	2,830	2,790	2,860	3,120	3,430	3,740	4,090	4,840	5,500

Диаграмма коэффициента  $\nu_1$ , определяющего удельный расход полной работы прокатки, возникающей на бочке валков, дает нам наглядную картину влияния указанных на диаграмме факторов на этот удельный расход, из которой вытекают следующие выводы:

1) При прокатке полосы с длинным поясом деформации ( $\frac{l_c}{b_c} > 1$ ) удельный расход имеет вполне определенный минимум при отношении  $\frac{l_c}{h_c} = 1,5$ ; таким образом, когда при прокатке имеем длинный зажатый клин, то наименьший удельный расход полной работы на бочке валков будем иметь при  $\frac{l_c}{h_c} = 1,5$  (наиболее выгодная форма длинного зажатого клина), конечно при одном и том же удельном давлении.

2) Кривая  $\frac{l_c}{b_c} = 0$  (фиг. 30) показывает, что при прокатке широких лент и листов данной толщины — удельный расход полной работы на бочке валков будет тем меньше, чем меньше длина зажатого клина.



Фиг. 30

3) Сравнивая диаграмму для коэффициента  $\nu_{1c}$  диаграммой для коэффициента  $\nu_h$ , определяющего расход полезной работы, видим, что все кривые коэффициента  $\nu_1$  выше соответственных кривых коэффициента  $\nu_h$ , разность координат соответствующих кривых возрастает с увеличением отношения  $\frac{l_c}{b_c}$ . Последнее обстоятельство нам будет более ясным, когда мы исследуем коэффициент полезного действия прокатки на бочке валков, о чем будет речь ниже.

Кстати отметим здесь, что коэффициент  $\nu_h$  исследован нами при  $f_D = 0,315$ , и в широком зажатом клине при  $\alpha_0 = 15^\circ$ , и что влияние каждого из этих факторов на коэффициент  $\nu_1$  будет очень незначительно отличаться от влияния их на коэффициент  $\nu_h$ , которое было выяснено выше (см. табл. 38, равенство (111) и таблица 40).

Таким образом, нами исследованы все величины, определяющие полезную и полную работу, за исключением удельного давления; в виду этого остановимся на этом вопросе.

В выведенных выше равенствах мы различаем два удельных давления, из коих через  $q_1$  обозначили удельное давление внешних сил, преодолевающих только внутренние сопротивления; это давление будем иметь в действительности, когда сжатие прокатываемой полосы происходит без скольжения на контактных поверхностях. Само собой понятно, что это удельное давление мы можем определить только на основании кривых упрочнения металла при разных температурах нагрева.

Опытное исследование твердости металла при разных температурах нагрева на прессе Бринелля не может дать нам того, что дадут кривые упрочнения, ибо мы не знаем, к какой величине деформации относится то удельное давление, которое дает нам пресс Бринелля, и которым мы характеризуем твердость; еще меньше может нам дать исследование временного сопротивления металлов при разных температурах нагрева, особенно когда оно (временное сопротивление) рассчитывается из площадь начального поперечного сечения.

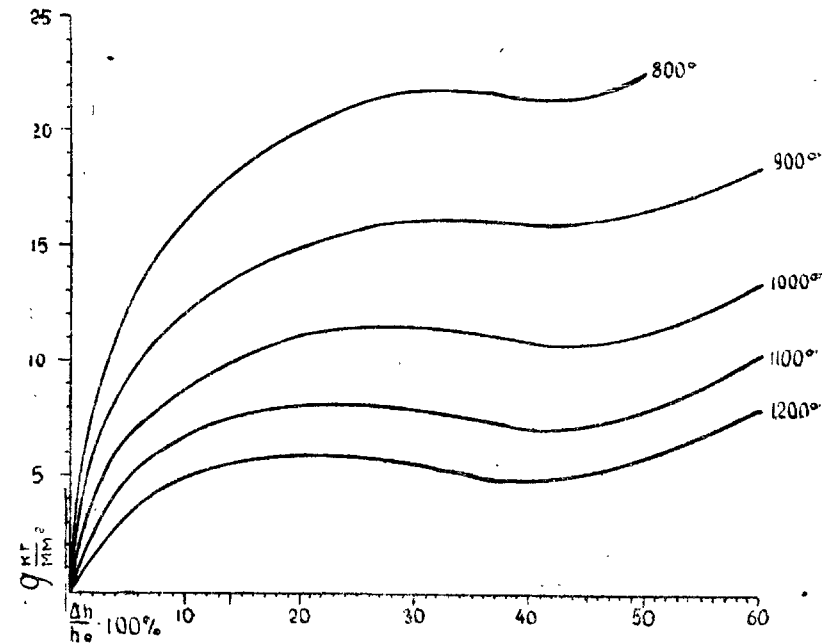
Таким образом, опытное исследование упрочнения металлов при разных температурах нагрева, при коих они обрабатываются, является самым необходимым и неотложным делом, так как без кривых упрочнения мы не можем дать надежных расчетов для удельного давления.

На диаграмме (фиг. 31) приведены кривые упрочнения при разных температурах нагрева для стали средней твердости (содержание углерода — 0,4%; временное сопротивление — 60 кг/мм<sup>2</sup>, удлинение — 20%), по опытам Бекмана, при сжатии цилиндров (крешеров) размерами:  $h_0 = 50$  мм,  $d_0 = 34$  мм.

Считаем необходимым отметить, что за точность диаграммы не ручаемся, так как она, будучи взята нами из книги Порецкого „Теорияковки“ (ч. 1), переделана нами в том отношении, что по горизонтальной оси взято удельное обжатие в процентах, вместо абсолютного обжатия, при этом автор вышеуказанной книги не дает ссылки, откуда взята диаграмма, и мы не могли познакомиться с первоисточником в высшей степени ценных и интересных опытов Бекмана.

Из этой диаграммы видим, что, во-первых, характер кривых упрочнений такой же, который дали опыты на сжатие свинцовых цилиндров; во-вторых, процент обжатия, при котором наступает предел упрочнения, увеличивается с понижением температуры или с увеличением внутренних сопротивлений; в-третьих за пределом упрочнения имеем нисходящую ветвь кривой, особенно резко выраженную при высоких температурах нагрева, и, наконец, вторую восходящую ветвь вследствие возбуждения скольжения на контактных поверхностях.

Таким образом, диаграмма опытов Бекмана дает те же выводы, которые были сделаны нами на основании опытов на сжатие свинцовых цилиндров, и подтверждает понижение удельного давления за пределом упрочнения, которое мы объясняем уменьшением удельной работы, затрачиваемой при поворотах ориентировок в кристаллитах.



Фиг. 31

Само собой понятно, что кривые упрочнения при данной температуре нагрева будут зависеть от сорта стали, и для более мягких сортов они будут ниже при температурах нагрева по крайней мере не выше, 1100°C, а для более твердых сортов стали, вероятно, выше, и эти кривые нам необходимо иметь для надежного расчета удельного давления.

Далее мы знаем, что кривые упрочнения зависят от скорости деформации; скорость же обжатия при прокатке значительно больше, чем при прессовании, и, как нами выяснено выше, скорость обжатия в разных видах прокатки колеблется в очень широких пределах — от десятой доли метра до двух с лишним метров в секунду. Таким образом, необходимо исследовать влияние скорости деформации на кривые упрочнения.

Опыты на сжатие свинцовых цилиндров, произведенные с этой целью, указывают, что при небольших скоростях деформации шестикратное увеличение скорости незначительно повысило кривую упрочнения. На основании этих опытов можно предполагать, что кривые упрочнения при тех скоростях деформации, которые имеем при прокатке, по сравнению с соответственными кривыми при обжатии под прессом, будут на 20 — 40% выше, в зависимости от скорости обжатия при прокатке; при этом считаем необходимым отметить, что это — только грубо-приближенное предположение, и вопрос требует соответствующего опытного исследования.

Когда сжатие прокатываемой полосы происходит со скольжением, удельное давление ( $q$ ) будем рассчитывать по известным нам равенствам: (49), (50) и (51), в которых под  $q_1$  будем принимать то удельное давление, которое мы рассчитываем для данного прохода по кривым упрочнения, не принимая во внимание возбуждаемого скольжения; при этом относительно упомянутых выше равенств считаем необходимым, ради точности, сказать следующее: эти равенства получены нами на основании соответствующего равенства для сжатия цилиндрика (см. „Прокатка“, ч. 1, стр. 107, равенство 84), выведенного нами грубо-приближенно на основании данных опытов, при чем в основу положен грубо-приближенный геометрический признак для момента возбуждения скольжения, а именно: скольжение наступает в тот момент, когда приращение контактных поверхностей становится больше абсолютной величины приращения боковых поверхностей, что дает нам момент возбуждения скольжения при сжатии цилиндрика, когда радиус последнего становится равным высоте. В действительности же скольжение на контактных поверхностях наступает раньше, чем радиус достигает размера высоты, ибо боковые поверхности, наплывающие на контактные, деформируются, а последнее сопряжено со скольжением.

В том, что скольжение при сжатии прокатываемой полосы возбуждается раньше, чем средняя длина зажатого клина становится равной удвоенной его высоте, нас наглядно убеждало построение кривых коэффициента  $K$  и других величин, при вычислении которых отношение  $\frac{q}{q_1}$  определялось по вышеприведен-

ному грубо-приближенному равенству (49), а именно: в этих случаях мы всегда получали две отдельных ветви кривых, — при  $\frac{l_c}{h_c} < 2$  и при  $\frac{l_c}{h_c} > 2$ , — и нам приходилось давать плавное сопряжение этим двум ветвям и вносить соответствующую поправку в таблицы.

Далее в этом нас убеждают также кривые упрочнения Бекмана для стали, в которых второе восхождение вследствие сжатия — заметно наступает при отношении  $\frac{r}{h}$  между 0,7 и 0,8 т. е. в среднем при  $\frac{r}{h} = 0,75$ . Принимая за момент возбуждение скольжения  $\frac{r}{h} = 0,75$ , — будем иметь соответственно следующие

приближенные равенства для отношения  $\frac{q}{q_1}$ , а именно:

1) при сжатии цилиндрика:

$$\frac{q}{q_1} = 1 + x \left( \frac{r}{h} - 0,75 \right);$$

2) при прокатке со скольжением:

$$\frac{q}{q_1} = 1 + x \left( \frac{l_c}{h_c} - 1,5 \right).$$

Есть полное основание полагать, что вычисляемое по последнему равенству отношение  $\frac{q}{q_1}$  давало бы плавные кривые, и весь вопрос заключается в нахождении коэффициента  $x$ , который мы можем определить только на основании соответствующего опытного исследования.

В заключение приведем опытное подтверждение для возрастания удельного давления при возрастании отношения  $\frac{l_c}{h_c}$ ; с этой целью приводим ниже таблицу 50, вычисленную на основании данных опытов Кодрона при прокатке свинцовой полосы под постоянным давлением в 930 кг (см. таблицу 43); при расчете удельного давления вертикальное усилие сжатия ( $Q_h$ ) принималось равным 980 кг, полагая вес валька равным 50 кг.

В последнем столбце таблицы приведено удельное давление, рассчитанное по проверяемому равенству (49), и при расчете его во всех опытах принято  $q_1 = 3,7 \text{ кг/мм}^2$ ; само собой понятно, что это будет грубо-приближенно, ибо  $q_1$  в каждом проходе, в зависимости от величины деформации, будет другое.

Таблица 50 показывает, что удельное давление, когда скольжения при сжатии нет, возрастает, начиная с первого прохода при параллельном возрастании коэффициента толщины, что и должно быть, согласно кривым упрочнения. Отступление дает только пятый проход, и это отступление вполне объясняется недостаточной точностью измерений в опытах толщины полосы. В самом деле, в следующем — шестом — проходе коэффициент толщины меньше, чем в пятом, что противоречит наблюдаемому возрастанию его от первого прохода к последнему (прокатка под постоянным давлением дает возрастание  $\frac{1}{\eta}$  с уменьшением толщины прокатываемой полосы); следовательно, надо допустить, что вследствие неточности измерений действительное обжатие в пятом проходе было меньше измеренного в опытах ( $\Delta_h = 2,1$ ) в пределе точности измерения, вследствие чего рассчитанная площадь поперечного сечения ( $Q_h = l_c b_c$ ) будет больше действительной, а удельное давление ( $q = \frac{Q_h}{\Omega_h}$ ) — меньше действительного.

Далее, удельное давление, начиная с восьмого прохода, когда возбуждается скольжение при сжатии, возрастает к последнему проходу более интенсивно, но крайне неравномерно, при соответственном неравномерном возрастании коэффициента  $\frac{1}{\eta}$ ; так, в двенадцатом проходе ( $\frac{1}{\eta} = 1,333$ ) он оказывается меньше, чем в

Таблица 50

Данные опытов Кодрона по прокатке свинцовой полосы (постоянное вертикальное усилие сжатия ( $Q_h$ ) — 980 кг; диаметр валков — 167 мм)

№№ проходов	h (мм)	$\frac{1}{\eta}$	$l_c$ (мм)	$b_c$ (мм)	$h_c$ (мм)	$Q_h = l_c b_c$ (мм <sup>2</sup> )	$\frac{l_c}{h_c}$	$q = \frac{Q_h}{Q_h}$ (кг/мм <sup>2</sup> )	q по равен. (49) (кг/мм <sup>2</sup> )
1	20,0	1,163	15,70	20,50	18,50	322	0,85	3,04	—
2	17,0	1,186	14,30	21,37	15,75	305,0	0,91	3,20	—
3	14,5	1,178	13,40	22,00	13,40	295,0	1,00	3,32	—
4	12,3	1,194	12,80	22,70	11,30	291,0	1,13	3,56	—
5	10,3	1,256	13,10	23,40	9,25	306,0	1,42	3,20	—
6	8,2	1,243	11,50	24,00	7,40	276,0	1,55	3,55	—
7	6,6	1,269	10,50	24,65	5,90	269,0	1,78	3,78	—
8	5,2	1,333	10,35	25,25	4,55	262,0	2,28	3,74	3,84
9	3,9	1,393	9,62	25,75	3,35	245,0	2,85	4,00	4,21
10	2,8	1,474	8,68	26,25	2,35	228,0	3,70	4,30	4,75
11	1,9	1,583	7,62	26,70	1,55	204,0	4,90	4,80	5,50
12	0,9	1,333	5,00	27,05	1,05	135,0	4,75	7,25	5,40
13	0,6	1,500	5,00	27,30	0,75	136,5	6,67	7,17	6,60
14	0,4	1,500	4,08	27,50	0,50	112,0	8,16	8,75	7,36
15	0,3	1,333	2,89	27,65	0,35	80,0	8,25	12,25	7,55
16	0,2	1,500	2,85	27,75	0,25	80,0	11,50	12,15	9,57
17	0,1	2,000	2,28	27,85	0,15	63,0	15,20	15,55	11,85
18	0,05	2,000	2,04	27,95	0,075	57,0	27,0	17,20	18,70

предшествующем — одиннадцатом ( $\frac{1}{\eta} = 1,583$ ), то же наблюдаем и в пятнадцатом проходе, что также вполне объясняется недостаточной точностью измерений толщины, — измерение с точностью до 0,1 мм при толщине полосы меньше 1 мм — является уже очень грубой точностью.

Наконец, удельное давление, вычисленное по проверяемому равенству, дает возрастание удельного давления в тех же пределах, которые дают опыты; но расхождение между опытом и проверяемым равенством — в отдельных проходах значительно, что однако также вполне логично объясняется более грубой относительной точностью измерений толщины.

Таким образом, данные опытов Кодрона подтверждают, что сжатие при прокатке, когда отношение  $\frac{l_c}{h_c} > 2$ , происходит со скольжением, и что проверяемое нами грубо-приближенное равенство (49) дает, в пределах точности опытов, согласованные результаты.

Заканчивая на этом исследование величин, определяющих работу и усилия прокатки, считаем необходимым, — ради ясности и отчетливого понимания сложного соотношения между полезной и полной работой, возбуждаемой на бочке валков, — ввести понятие коэффициента полезного действия на бочке валков и исследовать его изменение; исследование этого коэффициента полезного действия важно нам еще в том отношении, что оно дает нам наглядную оценку видов и методов прокатки.

#### 4. КОЭФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ ПРОКАТКИ НА БОЧКЕ ВАЛКОВ

Под коэффициентом полезного действия прокатки на бочке валков мы понимаем отношение полезной работы к полной работе прокатки, возбуждаемой на бочке валков.

Обозначая этот коэффициент через  $\varphi_D$ , будем иметь для него следующее выражение:

$$\varphi_D = \frac{A_D'}{A_D}. \quad (136)$$

Подставляя в последнее равенство, вместо  $A_D'$  и  $A_D$ , их выражения из любых соответственных равенств, — например из равенств (122) и (130), — получим:

$$\varphi_D = \frac{\gamma_\lambda}{\gamma_1} \cdot \frac{q_1}{q}. \quad (137)$$

Последнее равенство является удобным для расчета коэффициента полезного действия по соответствующим диаграммам, но неподходящим для исследования его, так как каждый из коэффициентов  $\gamma_\lambda$  и  $\gamma_1$  представляет собой сложное выражение см. равенства 121 и 133) и скрывает основные факторы, от которых зависит коэффициент полезного действия; в виду этого,

для исследования последнего дадим вывод более подробного выражения; с этой целью подставим в последнее равенство, на место  $\alpha$  и  $\alpha_1$ , их выражение из вышеуказанных равенств; после простых выкладок получим:

$$\varphi_D = \frac{(1 + K) \frac{q_1}{q}}{1 + \frac{\frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c}{h_c}}{1 + 2f_D \cdot \frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c - l'_c}{h_c}}}$$

Далее, из равенства (59) имеем:

$$\frac{\frac{q}{q_1} \cdot \frac{b_0}{h_c}}{1 + 2f_D \cdot \frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c - l'_c}{h_c}} = \frac{1 + f_D \frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c - l'_c}{h_c}}{\frac{q}{q_1}}$$

Подставляя последнее в предшествующее равенство, после простых выкладок получим искомое подробное выражение для коэффициента полезного действия на бочке валков:

$$\varphi_D = \frac{1 + K}{\frac{q}{q_1} + \left(1 + f_D \frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c - l'_c}{K}\right) \cdot K} \quad (137 A)$$

Принимая во внимание, что коэффициент  $K$  и отношение  $\frac{q}{q_1}$  суть функции отношения  $\frac{l_c}{h_c}$ , — из последнего равенства видим, что последнее отношение является главнейшим фактором, определяющим коэффициент полезного действия на бочке валков.

По последнему равенству ниже вычислены таблицы для коэффициента  $\varphi_D$ ; при этом, — имея в виду, что длина опережающего конца имеет разное выражение в широком и длинном зажатом клине, — ниже вычислены отдельные таблицы для каждого из этих двух случаев прокатки.

*1-й случай* (широкий зажатый клин). В этом случае, принимая в равенстве (137 A) длину опережающего конца  $l'_c = \frac{1}{2}(l_c - \Delta h)$ , после таких же выкладок, которые были сделаны при выводе равенства (62), получим следующее выражение для коэффициента полезного действия на бочке валков:

$$\varphi_D = \frac{1 + K}{\frac{q}{q_1} + \left[1 + \frac{1}{2}(1 + \operatorname{tg} d_0) f_D \cdot \frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c}{h_c}\right] \cdot K} \quad (138)$$

Ниже приводим таблицу 51, вычисленную по последнему равенству; при этом необходимо добавить, что последняя строка таблицы вычислена для случая  $\frac{l_c}{b_c} = 0$ , как и первая строка таблицы 48 и третья строка таблицы 37.

Таблица 51

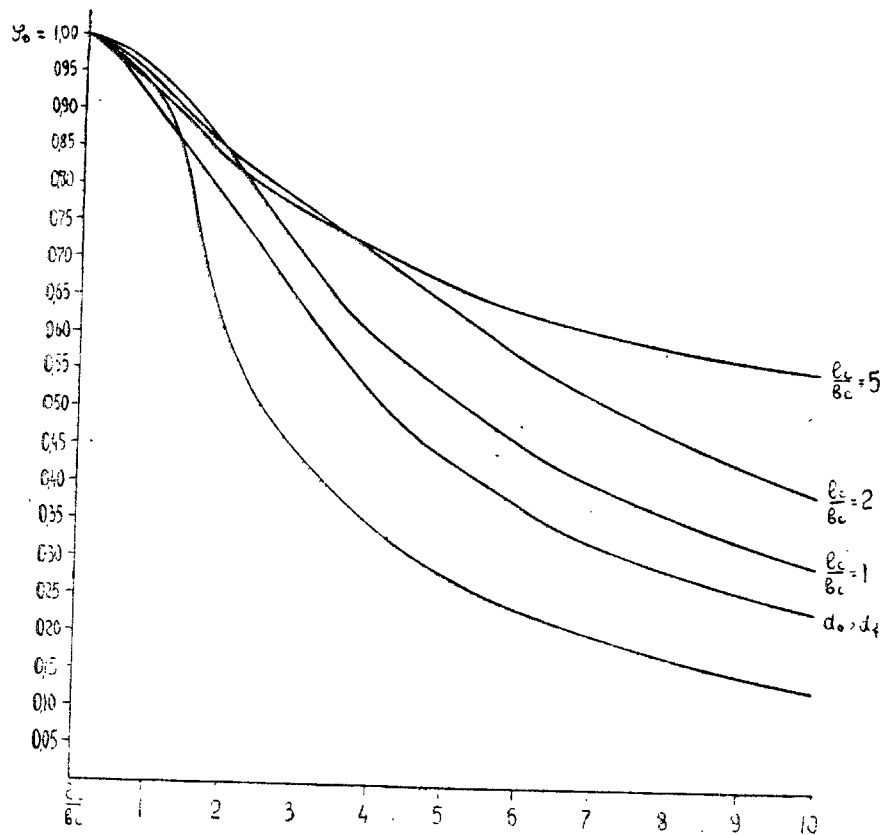
Численные значения коэффициента полезного действия  $\varphi_D$  при  $\frac{l_c}{b_c} < 1$  и  $f_D = 0,315$

$\alpha_0 \backslash \frac{l_c}{h_c}$	0	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	8,0	10,0
0°	1	0,978	0,940	0,900	0,870	0,745	0,635	0,560	0,500	0,405	0,345
5°	1	0,977	0,937	0,895	(0,850)	0,730	0,620	0,545	0,485	0,390	0,330
10°	1	0,975	0,935	0,890	(0,840)	0,715	0,605	0,530	0,470	0,375	0,315
15°	1	0,973	0,933	0,855	(0,830)	0,705	0,595	0,520	0,460	0,365	0,305
$\frac{l_c}{b_c} = 0$	1	0,970	0,920	0,715	0,5875	0,435	0,341	0,279	0,234	0,178	0,135

Из таблицы 51 видим, что с увеличением отношения  $\frac{l_c}{h_c}$  коэффициент полезного действия на бочке прокатных валков уменьшается. Далее, из этой же таблицы видим, что с увеличением угла захвата коэффициент  $\varphi_D$  также уменьшается, но влияние угла захвата по сравнению с влиянием отношения  $\frac{l_c}{h_c}$  — незначительно.

На диаграмме (фиг. 32) построены две кривые для определения коэффициента  $\varphi_D$  при отношении  $\frac{l_c}{b_c} = 0$  (последняя строка и  $\alpha_0 = 15^\circ$ ; при этом считаем необходимым отметить, что таблица 51 дает для каждой кривой коэффициента  $\varphi_D$  две ветви: одну — при  $\frac{l_c}{h_c} \leq 2$  (сжатие без скольжения), а другую — при  $\frac{l_c}{h_c} > 2$  (сжатие со скольжением), и плавное сопряжение этих ветвей дает величину  $\varphi_D$  (взятую в таблице 51 в скобки), меньшую таковой, вычисленной по равенству (118). Здесь опять имеем влияние грубо-приближенных равенств (49) и (50), по которым вычислялось отношение  $\frac{q}{q_1}$ .

Таблица 51 вычислена при коэффициенте трения скольжения  $f_D = 0,315$ , который мы получим из данных опытов Метца, как средний коэффициент при температурах нагрева металла 1150 — 940° Ц. Этому коэффициенту трения соответствует угол



Фиг. 32

трения  $\alpha_f = 17^\circ 30'$ . Отсюда — при углах захвата  $\alpha_0 > 17^\circ 30'$  будем иметь явление буксования, и определение коэффициента полезного действия в этом случае по равенству (108) будет неточно; поэтому ниже вычислим величину его (коэффициента), когда угол захвата больше угла трения.

Из опытов на опережение мы знаем, что в случае, когда угол захвата становится больше угла трения, опережение полосы уменьшается, и по мере увеличения разности между углом захвата и углом трения — опережение делается равным нулю и даже отрицательным.

Мы не имеем ни опытного, ни теоретического исследования количественной зависимости между возрастанием разности углов  $\alpha_0 - \alpha_f$  и уменьшением опережения; в виду этого вычислим коэффициент полезного действия на бочке валков при условии, что опережение полосы равно нулю.

В этом случае длина опережающего конца ( $l_c$ ) будет также равна нулю. Подставляя значение длины в равенство (137), получим:

$$\varphi_D = \frac{1 + K}{\frac{q}{q_1} + \left(1 + f_D \cdot \frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c}{h_c}\right) \cdot K} \quad (139)$$

По последнему равенству вычислена таблица 52, при этом считаем необходимым отметить, что при вычислении этой таблицы величина коэффициента  $K$  определялась по кривой диаграммы для этого коэффициента, при угле захвата  $\alpha_0 = 20^\circ$ , без поправки на частичное буксование, ибо, во-первых, мы не знаем точного угла захвата, при котором опережение равно нулю, а величина  $\alpha_0$ , равная  $20^\circ$ , нами взята ориентировочно; во-вторых, равенство для поправки — мало достоверно, и, наконец, незначительное изменение коэффициента  $K$  — ничтожно мало влияет на коэффициент полезного действия, как это легко видеть из равенства (109), в которое коэффициент  $K$  входит и в числитель и в знаменатель.

Таблица 52

Численные значения коэффициента полезного действия  $\varphi_D$  при прокатке без опережения

$\frac{l_c}{h_c}$	0	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	8,0	10,0
$\varphi_D$	1	0,960	0,895	0,835	0,770	0,642	0,515	0,435	0,375	0,290	0,237

По таблице 52 построена кривая на диаграмме (фиг. 32), по которой видим, что частичное буксование значительно понижает коэффициент полезного действия на бочке валков.

Само собой понятно, что таблица 52, или соответствующая ей кривая на диаграмме (фиг. 32), не дает нам надежного расчета коэффициента полезного действия  $\varphi_D$ , когда угол захвата становится больше угла трения, а дает лишь представление о влиянии частичного буксования на коэффициент полезного действия.

2-й случай (длинный зажатый клин). Принимая во внимание, что длина опережающего конца в данном случае выражается равенством  $l_c = \frac{1}{2} b_c$ , и подставляя это значение в равенство (117bis), после простых выкладок получим следующее выражение для коэффициента полезного действия на бочке валков:

$$\varphi_D = \frac{1 + K}{\frac{q}{q_1} + \left[1 + \frac{1}{2} \left(2 - \frac{b_c}{l_c}\right) \cdot f_D \cdot \frac{q}{q_1} \cdot \frac{l_c}{h_c}\right] \cdot K} \quad (140)$$

По последнему равенству вычислена таблица 53, при  $f_D = 0,315$ , и построены кривые на диаграмме (фиг. 32).

**Таблица 53**

Численные значения коэффициента полезного действия ( $\varphi_D$ ) на бочке валков, при  $f_D = 0,315$

$\frac{l_c}{b_c} \backslash \frac{l_c}{h_c}$	0	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	8,0	10,0
1	1	0,978	0,940	0,900	0,850	0,745	0,635	0,560	0,500	0,405	0,345
2	1	0,970	0,925	0,880	0,840	0,775	0,710	0,640	0,575	0,470	0,395
5	1	0,965	0,915	0,870	0,827	0,760	0,710	0,667	0,635	0,585	0,560

Считаем необходимым отметить, что первая строка таблицы 53 одинакова с таковой в таблице 41, в виду чего кривая коэффициента  $\varphi_D$ , при отношении  $\frac{l_c}{b_c} = 1$ , сливается с кривой  $\varphi_D$  в широком зажатом клине при  $\alpha_0 = 0$ .

Если в разбираемом случае прокатка происходит без опережения вследствие частичного буксования, благодаря тому, что угол захвата больше угла трения, то, полагая в равенстве (137) длину опережающего конца  $l_c = 0$ , — получим для этого случая то же равенство (139) что и в первом случае прокатки, и в пределах отношения  $\frac{l_c}{h_c}$  от 0 до 2 будем иметь в данном случае ту же кривую, что и в первом случае прокатки, а при отношении  $\frac{l_c}{h_c} > 2$  кривые коэффициента  $\varphi_D$  в изучаемом случае прокатки без опережения — будут другие, чем в широком зажатом клине; при чем они будут различны при разных отношениях  $\frac{l_c}{b_c}$ , но в практических условиях прокатки, когда зажатый клин — длинный, отношение  $\frac{l_c}{h_c}$  обычно меньше 2, и анализом кривых  $\varphi_D$  при прокатке без опережения — заниматься считаем излишним.

Построенные же участки кривых  $\varphi_D$ , при отношении  $\frac{l_c}{h_c} > 2$ , имеют только теоретическое значение.

Кривые на диаграмме (фиг. 32) дают нам наглядную картину изменения коэффициента полезного действия на бочке валков, из которой видим, что при любом отношении  $\frac{l_c}{b_c}$  он уменьшается с увеличением отношения  $\frac{l_c}{h_c}$ ; при этом — чем меньше отноше-

ние  $\frac{l_c}{b_c}$ , тем интенсивнее влияет отношение  $\frac{l_c}{h_c}$  на коэффициент полезного действия.

Таблицы 51 и 53 вычислены при коэффициенте трения на бочке валков при  $f_D = 0,315$ ; принимая во внимание, что этот коэффициент при изменении температуры нагрева изменяется, и в нормальном интервале температур прокатки изменяется незначительно, ниже приведена таблица 54 для коэффициента  $f_D$ , при  $f_D = 0,333$  и  $f_D = 0,315$ , для квадратного зажатого клина, с целью выяснить влияние этого фактора на коэффициент  $\varphi_D$ .

**Таблица 54**

Численные значения коэффициента полезного действия ( $\varphi_D$ ) на бочке валков в зависимости от коэффициентов трения

$f_D \backslash \frac{l_c}{h_c}$	0	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	8,0	10,0
0,315	1	0,978	0,940	0,900	0,870	0,745	0,635	0,560	0,500	0,405	0,345
0,333	1	0,978	0,940	0,900	0,865	0,735	0,625	0,550	0,490	0,395	0,330

Из таблицы 54 видим, что небольшое изменение коэффициента трения  $f_D$  незначительно влияет на коэффициент полезного действия, а при отношении  $\frac{l_c}{h_c} < 2$  — это влияние ничтожно мало.

Заканчивая на этом исследование коэффициента полезного действия на бочке валков, перейдем к изучению работы трения на шейках прокатных валков и коэффициента полезного действия на тряфе валков.

### 5. РАБОТА ТРЕНИЯ НА ШЕЙКАХ ВАЛКОВ И КОЭФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ НА ТРЕФЕ ВАЛКОВ

Суммарное вертикальное давление обеих шеек верхнего валка на вкладыш, очевидно, будет равно разности между вертикальным давлением, возбуждаемым при прокатке, и весом валка, т. е.  $Q_h - G$ ; суммарное вертикальное давление обеих шеек нижнего валка на вкладыши, очевидно, будет равно сумме этих величин, т. е.  $Q_h + G$ ; отсюда — суммарное вертикальное давление шеек обоих валков на вкладыши выразится удвоенным вертикальным давлением, возбуждаемым при прокатке, т. е. будет равно  $2Q_h$ .

В дальнейшем примем суммарное вертикальное давление шеек каждого валка на вкладыши одинаковым, так как это допущение практически не влияет на суммарную работу трения шеек, а в то же время значительно упрощает равенства для этой работы и для коэффициента полезного действия на тряфе валков.

Далее, суммарное горизонтальное давление шеек каждого

валка на вкладыши, очевидно, равно горизонтальному давлению на каждый валок ( $P_1$ ), определяемому равенством (113).

Отсюда, суммарное равнодействующее давление обеих шеек каждого валка выразится следующим очевидным равенством.

$$Q = \sqrt{Q_h^2 + P_1^2}.$$

Из последнего равенства, принимая во внимание равенства (113) и (109), после простых выкладок получим следующее равенство:

$$\frac{Q}{Q_h} = \sqrt{1 + \left( \frac{1+\lambda}{2\lambda} \nu_h \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha_0}{2} \cdot \cos \alpha_p \right)^2}. \quad (141)$$

Ниже, в таблице 55, приведено отношение  $\frac{Q}{Q_h}$ , вычисленное по последнему равенству при числовом значении коэффициента:  $\nu_h = 1,4$ , как наибольшей величине этого коэффициента, которую он может иметь в практических условиях прокатки, и при  $\lambda = 1,3$ , как средней вытяжке в практических условиях прокатки.

Таблица 55

Численные значения отношения  $\frac{Q}{Q_h}$  в зависимости от углов захвата

$\alpha_0$	6°	12°	18°	24°	30°
$\frac{Q}{Q_h}$	1,002	1,008	1,018	1,032	1,049

Из этой таблицы видим, что отношение  $\frac{Q}{Q_h}$  — незначительно больше единицы, особенно при небольших и средних углах захвата; принимая же во внимание, что действительная величина коэффициента  $\nu_h$  будет всегда меньше принятой при вычислении этой таблицы, действительное отношение  $\frac{Q}{Q_h}$  будет еще меньше; в виду этого, ради упрощения, приближенно примем  $Q = Q_h$ .

В этом принятом приближении будем иметь следующее выражение для работы трения на шейках обоих прокатных валков, рассчитанной на данный проход в валках данной полосы:

$$A_d = 2f_d Q_h L_1 \cdot \frac{d}{D}, \quad (142)$$

в котором  $\frac{d}{D}$  есть отношение диаметра шейки к диаметру бочки валков, а  $f_d$  — коэффициент трения на шейках валков.

Отношение  $\frac{A_D}{A_d + A_d}$ , где  $A_D$ , согласно принятому обозна-

чению, выражает полную работу на бочке валков, назовем „техническим коэффициентом полезного действия на треше валков“, и обозначим его через  $\varphi_d$ , т. е. примем:

$$\varphi_d = \frac{A_D}{A_D + A_d}. \quad (143)$$

Полную работу прокатки на бочке валков за данный проход полосы мы можем выразить, пренебрегая опережением, следующим очевидным равенством:

$$A_D = 2P_D \cdot L_1. \quad (144)$$

Подставляя в равенство (143), вместо  $A_D$  и  $A_d$ , их выражения из равенств (142) и (144), имеем:

$$\varphi_d = \frac{P_D}{P_D + f_d \cdot Q_h \cdot \frac{d}{D}}$$

Наконец, подставляя, на место  $P_D$ , его выражение из равенства (109bis) после простых выкладок получим следующее искомое выражение для технического коэффициента полезного действия на треше валков:

$$\varphi_d = \frac{1}{1 + \frac{1}{\nu_h} \cdot \frac{2\lambda}{1+\lambda} \cdot \frac{f_d}{\operatorname{tg} \frac{\alpha_0}{2}} \cdot \frac{d}{D}}. \quad (145)$$

Необходимо отметить, что при выводе последнего равенства мы воспользовались приближенным равенством 109 bis; следовательно, оно является приближенным, и, как убедимся ниже из примеров, приближенным избыточным, т. е. рассчитанный по этому равенству технический коэффициент полезного действия несколько больше действительного.

Рассмотрим факторы, определяющие коэффициент  $\varphi_d$ . Коэффициент трения  $f_d$  на шейках и отношение диаметров шейки и бочки являются обычными факторами, и влияние их на коэффициент полезного действия общеизвестно, а именно: с увеличением их коэффициент  $\varphi_d$  уменьшается, и наоборот.

Оригинальными факторами, свойственными только прокатным валкам, являются: вытяжка ( $\lambda$ ), коэффициент  $\nu_h$  и угол захвата  $\left( \operatorname{tg} \frac{\alpha_0}{2} \right)$ ; в виду этого рассмотрим их особо.

Из равенства (145) видим, что с увеличением коэффициента  $\nu_h$  коэффициент  $\varphi_d$  возрастает, и наоборот. Имея это в виду и принимая во внимание равенства (137) и (129), приходим к следующему оригинальному заключению: влияние  $\nu_h$  на технический коэффициент полезного действия  $\varphi_d$  будет противоположно влиянию его на коэффициент полезного действия  $\varphi_D$  на бочке валков.



Как нами выяснено выше, коэффициент  $\nu_h$  в практических условиях прокатки изменяется в тесных пределах около средней своей величины, равной 1,2; в виду этого влияние его на технический коэффициент полезного действия на тряфе валков незначительно.

Рассмотрим теперь влияние вытяжки на технический коэффициент полезного действия. Легко догадаться, что с увеличением

вытяжки дробь  $\frac{2\lambda}{1+\lambda}$  возрастает; отсюда — с увеличением вытяжки

технический коэффициент полезного действия на тряфе валков уменьшается, и наоборот.

Это — качественная сторона вопроса, а теперь выясним еще количественную сторону его. При изменении вытяжки в прак-

тических условиях прокатки от 1 до 2 — дробь  $\frac{2\lambda}{1+\lambda}$  изменяется в пределах от 1 до 1,333.

Таким образом, дробь  $\frac{2\lambda}{1+\lambda}$  в практических условиях про-

катки изменяется в тесных пределах, и незначительно влияет на технический коэффициент полезного действия на тряфе валков.

Наконец, рассмотрим зависимость технического коэффициента полезного действия от угла захвата. Из равенства (145) видим, что с увеличением угла захвата технический коэффициент полезного действия увеличивается, и наоборот.

При изменении угла захвата  $\alpha_0$  от 0 до 30° величина  $\operatorname{tg} \frac{\alpha_0}{2}$  изменяется от 0 до 0,268. Из равенства (145) легко видеть, что при  $\alpha_0$ , близком к нулю, технический коэффициент полезного действия тоже будет близок к нулю. Отсюда угол захвата является одним из важнейших факторов технического коэффициента полезного действия на тряфе валков, и наивысшую величину он будет иметь при прокатке с предельными углами захвата, а наименьшей величины достигает при прокатке с углами захвата, близкими к нулю.

Наибольшие углы захвата применяются в сортовых обжимных станах, а наименьшие — в тонколистовых станах; отсюда наивысший технический коэффициент полезного действия на тряфе валков будем иметь в обжимных сортовых станах, а наилучший — в тонколистовых станах, особенно в последних отделочных проходах.

Ради наглядности, ниже приведена таблица 56 технического коэффициента полезного действия для разных углов захвата, вычисленная по равенству (145); при этом вычислении принято:  $\frac{d}{D} = 0,70$ ;  $f_d = 0,075$ ;  $\nu_h = 1,20$ ;  $\lambda = 1,3$ , как средние величины этих факторов в обычных практических условиях прокатки.

Таблица 56

Численные значения технического коэффициента полезного действия ( $\varphi_d$ ) в зависимости от угла захвата

$\alpha_0$	0	2°	5°	10°	15°	20°	25°	30°
$\varphi_d$	0	0,261	0,470	0,637	0,710	0,780	0,810	0,845

Согласно данным таблицы 56 построена кривая на диаграмме (фиг. 33), которая дает нам наглядную картину зависимости технического коэффициента полезного действия от угла захвата. Само собой понятно, что величина  $\varphi_d$ , определенная по этой диаграмме, будет средней грубо-приближенной величиной, ибо каждый проход полосы будет иметь свою вытяжку, другое отношение  $\frac{d}{D}$  и коэффициент  $\nu_h$ .

Чтобы дать наглядное представление о том, какое значение в сбережении энергии имеет применение роликовых подшипников, — ниже приводим таблицу 57, вычисленную при тех же величинах указанных коэффициентов, что и предшествующая таблица; коэффициент же трения качения в роликовых подшипниках принят  $f_d = 0,002$ .

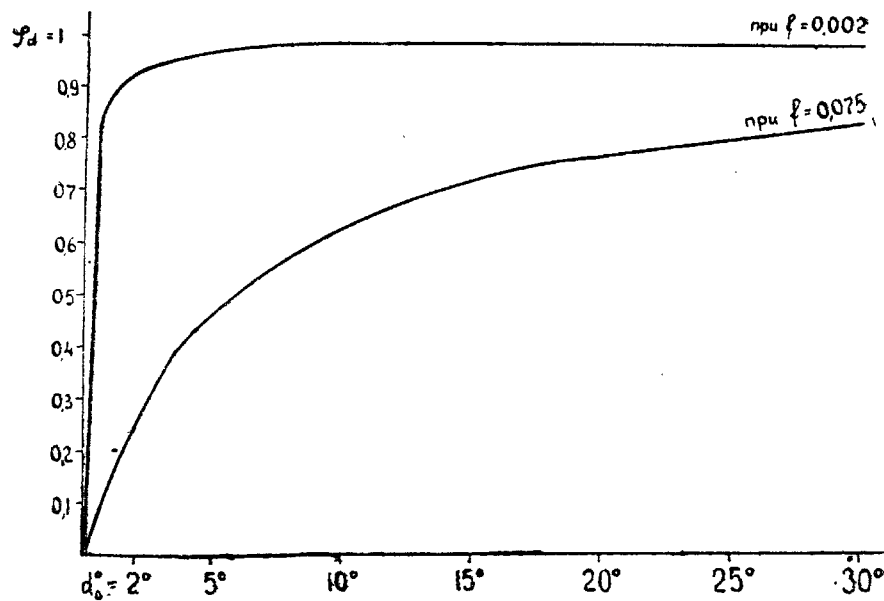
Таблица 57

Численные значения технического коэффициента полезного действия ( $\varphi_d$ ) в зависимости от угла захвата, при коэффициенте качения  $f_d = 0,002$

$\alpha_0$	0	2°	5°	10°	15°	20°	25°	30°
$\varphi_d$	0	0,930	0,970	0,985	0,990	0,993	0,994	0,995

По данным таблицы 57 построена кривая на той же диаграмме (фиг. 33). Из сравнения кривых, при коэффициентах трения:  $f_d = 0,075$  и  $f_d = 0,002$ , видим, что сбережение энергии при применении роликовых подшипников, выражаемое разностью координат этих двух кривых, будет тем значительнее, чем меньше угол захвата и, наоборот, тем меньше, чем больше угол захвата; так, например, при угле захвата  $\alpha_0 = 2^\circ$  применение роликовых подшипников повышает технический коэффициент полезного действия с 28,5 до 93,5%, т. е. дает экономию в расходе энергии на 65,5%; при угле же захвата  $\alpha_0 = 30^\circ$  дает экономию только на 14,5%.

Считаем необходимым отметить, что в этом случае подсчитана экономия в расходе энергии, затрачиваемой на тряфе прокатных валков во время прохода полосы; принимая во внимание, что последняя является только частью всей энергии, затрачиваемой при прокатке, — процент экономии от полной



Фиг. 33

энергии при применении роликовых подшипников будет меньше подсчитанного.

Далее введем понятие действительного полного коэффициента полезного действия на треще прокатных валков, под которым будем понимать отношение полезной работы ( $A'_D$ ), затраченной на преодоление только внутренних сопротивлений прокатываемой полосы, к полной работе на треще прокатных валков, которую обозначим через  $A_W$ , т. е. примем:  $A_W = A_D + A_d$ .

Отсюда: 
$$\varphi_W = \frac{A'_D}{A_W} \quad (146)$$

Умножив и разделив правую часть последнего равенства на  $A_D$ , имеем:

$$\varphi_W = \frac{A'_D}{A_D} \cdot \frac{A_D}{A_W}$$

Далее, принимая во внимание, что  $\frac{A'_D}{A_D} = \varphi_D$ ,  $\frac{A_D}{A_W} = \varphi_d$ , и подставляя эти значения в последнее равенство, получим:

$$\varphi_W = \varphi_D \cdot \varphi_d \quad (147)$$

Таким образом, действительный полный коэффициент полезного действия на треще прокатных валков есть произведение коэффи-

циента полезного действия на бочке валков и технического коэффициента полезного действия на треще валков.

Из изложенного выше видим, что полный действительный коэффициент полезного действия зависит от многих факторов, из коих важнейшие — два, а именно: отношение  $\frac{l_c}{h_c}$  и угол захвата; при чем из выясненного выше следует, что чем больше отношение  $\frac{l_c}{h_c}$  и чем меньше угол захвата, тем ниже будет полный коэффициент полезного действия, и, наоборот, последний будет тем выше, чем меньше отношение  $\frac{l_c}{h_c}$  и больше угол захвата.

Принимая во внимание, что из всех видов прокатки наименьшее отношение  $\frac{l_c}{h_c}$  и наибольшие углы захвата будем иметь при обжиге крупных слитков, а наибольшее отношение  $\frac{l_c}{h_c}$  и наименьшие углы захвата — при прокатке тонких листов, — видим, что наивысший полный коэффициент полезного действия на треще валков будем иметь в блюмингах, а наименьший — в тонколистовых станах.

Мы не будем здесь подробно останавливаться на изучении коэффициентов полезного действия в разных видах прокатки; так как считаем более уместным заняться этим вопросом в одной из следующих частей курса, где будем изучать прокатные станы здесь же, в заключение рассмотренных нами вопросов об усилиях, работе и коэффициентах полезного действия, считаем необходимым привести решение примеров на расчет этих величин.

**Пример 1-й.** Дано: диаметр бочки валков:  $D = 1000$  мм, диаметр шейки:  $d = 700$  мм; размеры прокатываемой полосы:  $h_0 = 500$  мм;  $b_0 = 500$  мм;  $L_0 = 2$  м; материал полосы — сталь средней твердости; температура нагрева —  $1100^\circ \text{C}$ ; обжатие полосы за проход:  $\Delta h = 100$  мм; коэффициент трения на шейках:  $f_d = 0,075$ . Требуется: рассчитать полезную и вредную работу, усилия и коэффициенты полезного действия за данный проход.

**Решение.** 1) Расчет вспомогательных величин:

Вес полосы:  $G = \delta h_0 b_0 L_0 = 7,85 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 20 = 3925$  кг, или 3,925 т.

Угол захвата:

$$\sin \frac{\alpha_0}{2} = \sqrt{\frac{\Delta h}{2D}} = \sqrt{\frac{100}{2 \cdot 1000}} = 0,2235; \alpha_0 = 25^\circ 50'$$

Размеры зажатого клина (пояса деформации) и их отношения:

$$l_c = \frac{1}{2} D \cdot \sin \alpha_0 = 500 \cdot \sin 25^\circ 50' = 217,5 \text{ мм};$$

$$h_c = h_0 - \frac{1}{2} \Delta h = 500 - 50 = 450 \text{ мм}.$$

Уширение полосы (расчет, ради краткости, не приводим):

$$\Delta b = 20 \text{ мм}; b_c = b_0 + \frac{1}{2} \Delta b = 500 + 10 = 510 \text{ мм.}$$

$$\text{Отношения: } \frac{l_c}{h_c} = \frac{217,5}{450} = 0,485; \frac{l_c}{b_c} = \frac{217,5}{510} = 0,425.$$

Удельное обжатие и коэффициенты деформации:

$$\frac{\Delta h}{h_0} = \frac{100}{500} = 0,2; \frac{1}{\gamma} = \frac{500}{400} \cdot 1,250; \beta = \frac{520}{500} = 1,040; \lambda = \frac{1,250}{1,040} = 1,200; L_1 = 1,25 \cdot 2 = 2,5 \text{ м.}$$

2) Работа прокатки и коэффициенты полезного действия:

Полная работа на бочке валков по равенству (130):

$$A_D = 293 \gamma_1 G \lg \lambda,$$

в котором коэффициент  $\gamma_1$  по диаграмме (фиг. 30), или по равенству (134), равен 1,315; удельное давление (сжатие без скольжения), по диаграмме Бекмана (фиг. 31), с учетом поправки на скорость обжатия:  $q_1 = 8 \text{ кг/мм}^2$ .

Отсюда:

$$A_D = 293 \cdot 1,315 \cdot 8 \cdot 3925 \cdot \lg 1,2 = 955000 \text{ кг} \times \text{м, или } 12720 \text{ л.с.} \times \text{сек.}$$

Само собой понятно, что мы получим то же число, если рассчитаем работу по равенству (127).

Удельная работа на бочке валков в л.с. × час по равенству:

$$a_D = 1,085 \cdot 1,315 \cdot 8 = 11,4 \text{ л.с.} \times \text{час на } 1 \text{ т.}$$

в) Коэффициент полезного действия на бочке валков по диаграмме на фиг. 32 (кривая  $\alpha_0 > \alpha_f$ ):

$$\varphi_D = 0,960, \text{ или } 96\%.$$

Полезная работа прокатки:

$$A'_D = \varphi_D \cdot A_D = 0,96 \cdot 955000 = 916800 \text{ кг} \times \text{м, или } 12210 \text{ л.с.} \times \text{сек.}$$

Работа трения на бочке валков:

$$A_D - A'_D = 955000 - 916800 = 38200 \text{ кг} \times \text{м, или } 510 \text{ л.с.} \times \text{сек.}$$

Удельная полезная работа:

$$a'_D = \varphi_D \cdot a_D = 0,96 \cdot 11,4 = 10,95 \text{ л.с.} \times \text{час на } 1 \text{ т.}$$

Технический коэффициент полезного действия на треше валков по равенству (145), в котором  $\gamma_h = 1,155$  (фиг. 27):

$$\varphi_d = \frac{1}{1 + \frac{1}{1,855} \cdot \frac{2 \cdot 1,2}{1 + 1,2} \cdot \frac{0,075}{0,229} \cdot \frac{700}{1000}} = 0,820, \text{ или } 82\%.$$

Полный коэффициент полезного действия:

$$\varphi_w = \varphi_D \varphi_d = 0,96 \cdot 0,82 = 0,787.$$

Работа прокатки на треше валков:

$$A_w = \frac{A_D}{\varphi_d} = \frac{955000}{0,82} = 1160000 \text{ кг} \times \text{м, или } 15500 \text{ л.с.} \times \text{сек.}$$

Работа трения на шейках валков:

$$A_d = A_w - A'_D = 1160000 - 955000 = 205000 \text{ кг} \times \text{м,}$$

$$\text{или } 2780 \text{ л.с.} \times \text{сек.}$$

3) Усилия прокатки:

Вертикальное давление:

$$Q_h = q_1 b_c l_c = 8 \cdot 510 \cdot 217,5 = 887500 \text{ кг.}$$

Окружное усилие на бочке валков:

$$2 P_D = \frac{A_D}{L_1} = \frac{955000}{2,5} = 382000 \text{ кг;}$$

то же по равенству (109):

$$2 P_D = 2 \cdot 1,155 \cdot \frac{2,25}{2,5} \cdot 0,229 \cdot 887500 = 422000 \text{ кг}$$

то же по равенству (104bis):

$$2 P_D = 1,155 \cdot 0,436 \cdot 887500 = 447000.$$

Оба равенства дают избыточную величину, из коих более точное равенство (109) дает больше на  $\frac{422000 - 382000}{398000} \cdot 100\% =$

$= 10$  а, грубо-приближенное равенство (104bis) дает больше

$$\text{на } \frac{447000 - 382000}{398000} \cdot 100\% = 16,35\%$$

Горизонтальное давление по равенству (113):

$$P_1 = P_D \cos \alpha_P = 199000 \cdot \cos 17^\circ 13' = 190000 \text{ кг.}$$

4) Более точный расчет работы трения на шейках:

Принимая во внимание, что при выводе равенства (145) для технического коэффициента полезного действия мы воспользовались приближенным избыточным равенством (109), — работа трения на шейках, рассчитанная по равенству (142), будет отличаться от рассчитанной нами выше работы; и легко догадаться, что равенство (142) дает работу трения на шейках больше, а именно:

$$A_d = 2f_d \cdot Q_h \cdot L_1 \cdot \frac{d}{D} = 2 \cdot 0,075 \cdot 887500 \cdot 2,5 \cdot 0,7 = 234000 \text{ кг/м,}$$

или 3100 л.с. × сек.

Отсюда будем иметь более точную работу прокатки на треще валков:

$$A_w = 955000 + 234000 = 1189000 \text{ кг} \times \text{м, или } 15700 \text{ л.с.} \times \text{сек.}$$

Далее рассчитаем более точные коэффициенты полезного действия на треще валков:

$$\text{технический: } \varphi_d = \frac{A_D}{A_w} = \frac{955000}{1189000} = 0,810;$$

$$\text{полный: } \varphi_w = 0,96 \cdot 0,81 = 0,777.$$

Последний расчет работы трения на шейках, полной работы и коэффициента полезного действия на треще валков является более точным и более простым, чем по равенству (145); последнее было выведено для исследования факторов, а также для грубых подсчетов технического коэффициента полезного действия по диаграмме на фиг. 32.

Обозначая удельную работу на треще валков через  $a_w$  и принимая во внимание, что удельные работы будут находиться в том же отношении, в каком находятся соответствующие им абсолютные работы, — рассчитаем  $a_w$  по следующему очевидному равенству:

$$a_w = \frac{a_D}{\varphi_d} = \frac{11,4}{0,81} = 14,1 \text{ л.с.} \times \text{час на } 1 \text{ т.}$$

В заключение приведем баланс работы прокатки:

Статьи расхода работы	л.с. × сек	%
Полезная работа ( $A'_D$ )	12210	77,75
Работа трения на бочке валков ( $A_D - A'_D$ )	510	3,25
„ „ на шейках ( $A_d$ )	3100	19,00
<hr/>		
Полная работа на треще валков	15820	100

*Пример 2-й.* Дано: диаметр бочки валков:  $D=800$  мм; диаметр шейки:  $d=600$  мм; начальные размеры листа:  $h_0=2,5$  мм;  $b_0=1000$  мм;  $L_0=1,5$  м; обжатие листа за один проход:  $\Delta h=0,5$  мм; коэффициент трения на шейках и удельное давление сжатия без скольжения—те же, что и в первом примере ( $f_d=0,075$ ;  $q_1=8$  кг/мм. Требуется: рассчитать те же величины, что и в первом примере, и сравнить их.

*Решение.* 1) Расчет вспомогательных величин:  
Вес прокатываемого листа:

$$G = 7,85 \cdot 0,025 \cdot 10 \cdot 15 = 29,45 \text{ кг, или } 0,02945 \text{ т.}$$

Угол захвата:

$$\sin \frac{\alpha_0}{2} = \sqrt{\frac{0,5}{2 \cdot 800}} = 0,01765; \alpha_0 = 2^\circ 01'.$$

Размеры пояса деформации и их отношения:

$$l_c = \frac{1}{2} D \cdot \sin \alpha_0 = \frac{1}{2} \cdot 800 \cdot \sin 2^\circ 01' = 14,13 \text{ мм;}$$

$$h_c = h_0 - \frac{1}{2} \Delta h = 2,5 - 0,25 = 2,25 \text{ мм;}$$

$$b_c = b_0 = 1000 \text{ мм}$$

(уширение ничтожное; приближенно принимаем его равным 0);

$$\frac{l_c}{h_c} = \frac{14,13}{2,25} = 6,27; \frac{l_c}{b_c} = \frac{14,13}{1000} = 0,01413.$$

Удельное обжатие и коэффициенты деформации:

$$\frac{\Delta h}{h_0} = \frac{0,5}{2,5} = 0,2; \frac{1}{\eta} = \frac{2,5}{2} = 1,25; \beta = 1; \lambda = 1,25; L_1 = 1,25 \cdot 1,5 = 1,875 \text{ м.}$$

2) Работа прокатки и коэффициент полезного действия на бочке валков:

Удельная полезная работа по равенству (124B):

$$a'_D = 1,085 \text{ л.с.} \times \text{ч,}$$

в котором коэффициент  $\nu_k = 1$  (приближенно принимая отношение  $\frac{l_c}{b_c} = 0$ ).

Отсюда:  $a'_D = 1,085 \cdot 1 \cdot 8 = 8,68$  л.с. × час на 1 м.

Таким образом, мы получили удельную полезную работу на  $\frac{10,95 - 8,68}{10,95} \cdot 100 = 20,7\%$  меньше, чем в первом примере.

Полезная работа на бочке валков:

$$A'_D = a'_D \cdot G \cdot \lg \lambda = 8,68 \cdot 0,02945 \cdot \lg 1,25 = 0,0246 \text{ л.с.} \times \text{час};$$

или 88,75 л.с. × сек, или 6650 кг × м.

Коэффициент полезного действия на бочке валков по диаграмме на фиг. 32 (кривая  $\frac{l_c}{b_c} = 0$ ):

$$\varphi_D = 0,225, \text{ или } 22,5\%.$$

В этом случае коэффициент полезного действия на бочке валков на 96 — 22,5 = 73,5%, меньше, чем в первом примере.

Полная работа прокатки на бочке валков:

$$A_D = \frac{A'_D}{\varphi_D} = \frac{6650}{0,225} = 29600 \text{ кг} \times \text{м}, \text{ или } 394 \text{ л.с.} \times \text{сек.}$$

Удельная полная работа на бочке валков:

$$a_D = \frac{a'_D}{\varphi_D} = \frac{8,68}{0,225} = 38,5 \text{ л.с.} \times \text{час на 1 м};$$

по сравнению с первым примером, в этом случае мы имеем удельную работу ( $a_D$ ) в  $\frac{38,5}{11,4} = 3,38$  раза больше.

Таким образом, в то время как удельная полезная работа при прокатке листа, по сравнению с обжимом полосы крупного сечения, меньше на 20,7% (вследствие большей вытяжки листа при том же обжатии), — удельная полная работа на бочке в три с лишним раза больше вследствие очень низкого коэффициента полезного действия на бочке при прокатке тонких листов.

3) Усилия прокатки:

Вертикальное давление (усилие сжатия)  $Q_h = q b_c l_c$ , где удельное давление по равенству (50):

$$q = 8 \left[ 1 + \frac{1}{3} (6,27 - 1) \right] = 8 \cdot 2,755 = 22 \text{ кг/мм}^2.$$

Отсюда:

$$Q_h = 22 \cdot 1000 \cdot 14,3 = \sim 311000 \text{ кг.}$$

Окружное усилие на бочке валков:

$$2P_D = \frac{A_D}{L_1} = \frac{29600}{1,875} = 15800 \text{ кг};$$

то же по приближенному равенству (109bis):

$$2P_D = \nu_h \frac{1 + \lambda}{2\lambda} \operatorname{tg} \frac{\alpha_0}{2} Q_h = 2 \cdot 1,62 \cdot \frac{2,25}{2,50} \cdot 0,01765 \cdot 311000 = 16050 \text{ кг};$$

то же по приближенному равенству (104bis):

$$2P_D = 1,62 \cdot \sin 2^\circ 01' \cdot 311000 = 17650 \text{ кг.}$$

Более точное равенство (109bis) дает окружное усилие на  $\frac{16050 - 15800}{15800} \cdot 100 = 1,6\%$  больше, а менее точное равенство

(104bis) на  $\frac{17650 - 15800}{15800} \cdot 100 = 11,7\%$  больше.

Горизонтальное давление:

$$P_1 = P_0 \cos \alpha_p = \sim P_0 = 7900 \text{ кг.}$$

4) Работа трения на шейках и коэффициент полезного действия на тряфе валков:

Работа трения на шейках по равенству (142):

$$A_d = 2f_d Q_h L_1 \frac{d}{D} = 2 \cdot 0,075 \cdot 1,875 \cdot 311000 \cdot 0,75 \text{ кг} \times \text{м}, \text{ или } 875 \text{ л.с.} \times \text{сек.}$$

Полная работа на тряфе валков:

$$A_w = (A_b + A_d) = 394 + 875 = 1269 \text{ л.с.} \times \text{сек.}$$

Технический коэффициент полезного действия на тряфе валков:

$$\varphi_d = \frac{A_b}{A_w} = \frac{394}{1269} = 0,311, \text{ или } 31,1\%.$$

Таким образом, мы получили технический коэффициент полезного действия на тряфе валков на 81 — 31,1 = 49,9% меньше, чем в первом примере.

Полный коэффициент полезного действия на тряфе валков:

$$\varphi_w = 0,225 \cdot 0,311 = 0,07, \text{ или } 7\%.$$

Таким образом, мы получим чрезвычайно низкий полный коэффициент полезного действия на тряфе валков, по сравнению

с таковым в первом примере — меньше в  $\frac{0,7775}{0,07} = \sim 11$  раз!

Удельная работа прокатки на тряфе валков:

$$a_w = \frac{a'_b}{\varphi_w} = \frac{8,86}{0,07} = 124 \text{ л.с.} \times \text{час на 1 м.}$$

По сравнению с таковой в первом примере, больше

$$v: \frac{124,0}{14,1} = 8,8 \text{ раз!}$$

5) Баланс работы прокатки:

Статьи расхода работы	л.с.×сек	0/0
Полезная работа ( $A_p$ )	88,75	7,00
Работа трения на бочке ( $A_b - A_d'$ )	305,25	24,00
» » » шейках ( $A_D$ )	875,00	69,00
Полная работа на треше	1269,00	100

Из таблицы видим, что работа трения на шейках составляет больше двух третей всей работы прокатки, тогда как в первом примере она составляет меньше 1/5 всей работы; далее, полезная работа в этом примере составляет только  $\frac{1}{14}$  часть всей работы, а в первом примере она немного больше 3/4 всей работы.

В решенных двух примерах мы наглядно убедились в глубоком различии двух крайних видов прокатки; из коих первый — обжим крупных полос с предельными углами захвата — дает наилучший полный коэффициент полезного действия на треше валков; а второй — прокатка тонким листов в толстых валках с ничтожными углами захвата — дает самый низкий коэффициент полезного действия.

#### 6. ВЛИЯНИЕ ДИАМЕТРА ВАЛКОВ НА УСИЛИЕ, УДЕЛЬНУЮ РАБОТУ ПРОКАТКИ И КОЭФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ

В выведенные нами выше равенства для расчета усилий и работы прокатки диаметр валков не входит, но легко убедиться, что он должен влиять на возбуждаемые усилия и работу прокатки, так как при данном обжатии данной полосы диаметр валков определяет собой величину угла захвата и длину зажатого клина, а следовательно, отношения размеров последнего, которые являются важнейшими факторами при определении коэффициента полезного действия прокатки. В виду этого считаем необходимым выяснить здесь более подробно влияние диаметра валков на усилия, удельную работу и коэффициент полезного действия прокатки; с этой целью нам будет достаточно сравнить усилия и работу при одинаковом обжатии двух совершенно одинаковых полос, при этом одну из них обождем в валках большого диаметра ( $D$ ), а другую — в валках меньшего ( $D'$ ).

Нам удобнее будет предварительно выяснить изменение вышеуказанных факторов при изменении диаметра валков, а затем — изменение усилий, работы и коэффициентов полезного действия;

при этом условимся все величины при прокатке полосы в валках малого диаметра, отличающиеся по размеру от таковых при прокатке в валках большого диаметра, обозначать «примами».

Сравним сначала углы захвата, для чего напомним следующие известные нам равенства:

$$\sin\left(\frac{\alpha_0}{2}\right) = \sqrt{\frac{\Delta h}{D}};$$

$$\sin\left(\frac{\alpha'_0}{2}\right) = \sqrt{\frac{\Delta h}{D'}}.$$

Отсюда:

$$\frac{\sin \frac{\alpha_0}{2}}{\sin \frac{\alpha'_0}{2}} = \sqrt{\frac{D'}{D}}. \quad (148)$$

Принимая во внимание, что при небольших углах захвата отношение синусов практически равно отношению углов, из последнего равенства следует, что при одинаковом обжатии углы захвата обратно-пропорциональны корню квадратному из диаметров.

Далее сравним длину зажатого клина, с этой целью напомним следующие известные нам равенства:

$$l_c = \sqrt{\frac{1}{2} \Delta h \cdot D};$$

$$l'_c = \sqrt{\frac{1}{2} \Delta h \cdot D'}.$$

Отсюда:

$$\frac{l_c}{l'_c} = \sqrt{\frac{D}{D'}}. \quad (149)$$

Таким образом, при данном обжатии длина зажатого клина при увеличении диаметра валков будет возрастать пропорционально корню квадратному из прямого отношения диаметров.

Имея это в виду и принимая во внимание, что толщина зажатого клина в изучаемом случае одинакова, а ширину приближенно можно принять тоже одинаковой, — видим, что при данном

обжатии отношения  $\frac{l_c}{h_c}$  и  $\frac{l'_c}{b_c}$  при увеличении диаметра валков

будут возрастать пропорционально корню квадратному из прямого отношения диаметров.

Выяснив зависимость угла захвата и отношений размеров зажатого клина от диаметра валков, нам легко будет изучить влияние диаметра валков на возбуждаемые усилия, работу и коэффициенты полезного действия прокатки.

Выясним сначала зависимость вертикального давления от диаметра валков; с этой целью напишем следующие известные равенства:

$$Q_h = q b_c l_c ;$$

$$Q'_h = q' b'_c l'_c .$$

Разделив последние равенства друг на друга, имеем:

$$\frac{Q_h}{Q'_h} = \frac{q}{q'} \cdot \frac{b_c}{b'_c} \cdot \frac{l_c}{l'_c} .$$

Уширение полосы в валках большого диаметра будет несколько больше, и ширина  $b_c > b'_c$ , но отношение ширины будет незначительно больше единицы, и тем ближе оно будет приближаться к единице, чем больше ширина полосы.

В данном вопросе нас больше интересует прокатка широких полос и листов; в виду этого приближено примем отношение  $\frac{b_c}{b'_c} = 1$ ; подставляя это значение и равенство (149) в последнее равенство, получим:

$$\frac{Q_h}{Q'_h} = \frac{q}{q'} \cdot \sqrt{\frac{D}{D'}} . \quad (150)$$

Если сжатие при прокатке происходит без скольжения, то отношение удельных давлений  $\frac{q}{q'} = 1$ , если же это сжатие происходит со скольжением, то отношение удельных давлений  $\frac{q}{q'} > 1$ .

Имея это в виду, из последнего равенства видим, что при данном обжатии одной и той же полосы вертикальное давление возрастает при увеличении диаметра валков пропорционально корню квадратному из прямого отношения диаметров, когда сжатие происходит без скольжения; если же сжатие происходит со скольжением, то вертикальное давление возрастает интенсивнее, вследствие возрастания удельного давления.

Далее выясним влияние диаметра валков на изменение удельной полезной работы прокатки. Последняя, как нам известно (см. равенства 123 и 124), зависит от двух факторов: коэффициента  $\nu_\lambda$  и удельного давления ( $q_1$ ), из которых последний не зависит при данном обжатии от диаметра валка; следовательно, изменение удельной полезной работы при изменении диаметра валков при данной вытяжке всецело определяется изменением коэффициента  $\nu_\lambda$ .

В виду сложности вопроса выясним сначала влияние диаметра на удельную полезную работу при данной вытяжке, а затем — при данном обжатии.

Имея это в виду и принимая во внимание, что при увеличении диаметра валков отношения  $\frac{l_c}{b_c}$  и  $\frac{l_c}{h_c}$  возрастают, и что, как

это видно из диаграммы (фиг. 29), при увеличении отношения  $\frac{l_c}{h_c}$  коэффициент  $\nu_\lambda$  уменьшается, а при увеличении  $\frac{l_c}{b_c}$ , наоборот, возрастает,—видим, что влияние диаметра валков на удельную полезную работу прокатки сложно, но незначительно, а именно: при небольшом отношении  $\frac{l_c}{h_c}$ , когда влияние последнего на коэффициент  $\nu_\lambda$  наиболее интенсивно, надо ожидать, что с увеличением диаметра валков удельная полезная работа при данной вытяжке будет уменьшаться, а при большом отношении  $\frac{l_c}{h_c}$ , когда влияние этого фактора на коэффициент  $\nu_\lambda$  незначительно, надо ожидать обратное явление, т. е. при увеличении диаметра валков удельная полезная работа возрастет. Отсюда само собой вытекает, что при некотором среднем отношении  $\frac{l_c}{h_c}$  изменение диаметра практически не будет влиять на удельную полезную работу прокатки.

Выше мы выяснили влияние диаметра валков на удельную полезную работу при данной вытяжке, теперь же выясним такое же при данном обжатии; в виду этого установим, какую поправку внесет это обстоятельство. Принимая во внимание, что увеличение диаметра при данном обжатии будет сопряжено с уменьшением вытяжки, а следовательно, с увеличением удельной полезной работы,—надо ожидать, что и при небольшом отношении  $\frac{l_c}{h_c}$  увеличение диаметра будет сопряжено с увеличением полезной удельной работы.

Количественную сторону изучаемого влияния мы могли бы исследовать на основании равенства (121), но ради краткости изложения и принимая во внимание, что изучаемое влияние в общем незначительно, не будем заниматься этим вопросом, а перейдем к выяснению влияния диаметра валков на коэффициент полезного действия на бочке валков.

Влияние диаметра валков на коэффициент полезного действия на бочке ( $\varphi_b$ ) нам будет понятно из диаграммы (фиг. 31), из которой видим, что с увеличением отношения  $\frac{l_c}{h_c}$  этот коэффициент интен-

сивно уменьшается, а с увеличением отношения  $\frac{l_c}{b_c}$ , наоборот, увеличивается, и что влияние первого фактора более интенсивно, чем второго.

Отсюда, принимая во внимание, что при увеличении диаметра валков оба вышеуказанные фактора ( $\frac{l_c}{h_c}$  и  $\frac{l_c}{b_c}$ ) увеличиваются, приходим к следующему заключению: при увеличении диаметра валков коэффициент полезного действия на бочке валков, при данном обжатии данной полосы, уменьшается.

Количественное решение данного вопроса мы могли бы дать на основании равенства (137), но ради краткости изложения не будем заниматься этим вопросом, а выясним его ниже на примере.

Выяснив влияние диаметра валков на коэффициент полезного действия на бочке, легко догадаться, какая будет зависимость удельной полной работы прокатки на бочке валков от диаметра последних, а именно: с увеличением диаметра удельная полная работа прокатки на бочке валков возрастает.

Наконец, выясним влияние диаметра валков на технический коэффициент полезного действия на тряфе валков; последнее нам будет понятно из диаграммы (фиг. 32). Принимая во внимание, что с увеличением диаметра угол захвата при данном обжатии уменьшается, из диаграммы следует, что с увеличением диаметра валков технический коэффициент полезного действия на тряфе при данном обжатии уменьшается.

Из выясненного здесь влияния диаметра валков на усилия, удельную работу и коэффициент полезного действия прокатки отчетливо выступают преимущества прокатки в валках с наименьшим диаметром,

В заключение, ради выяснения количественной стороны влияния диаметра, решим пример, в котором возьмем прокатку тонких листов, где имеем наибольшую диспропорцию между толщиной прокатываемого листа и диаметром валков; при этом воспользуемся решенным нами раньше вторым примером, в котором разбирался вопрос прокатки листа в валках большого диаметра, и здесь решим третий пример прокатки того же листа (или пакета листов) при том же обжатии, но в валках с диаметром 400 мм.

Само собой понятно, что тонкий лист (или пакет листов) шириной 1000 мм нельзя прокатывать в дуо-стане с диаметром валков — 400 мм, и мы подразумеваем здесь прокатку в стане с опорными валками, например в кварто-стане; при этом опорные валки, ради сравнимости, примем тех же размеров, какие нами приняты в втором примере, т. е.:  $D = 800$  мм.

**Пример 3-й.** Дано: диаметр рабочих валков в кварто-стане:  $D = 400$  мм; диаметр бочки опорных валков:  $D = 800$  мм; диаметр шейки:  $d = 600$  мм; остальные данные — те же, что и во втором примере ( $h_0 = 2,5$  мм;  $b_0 = 1000$  мм;  $L_1 = 1,5$  м;  $\Delta h = 0,5$  мм;  $q_1 = 8$  кг/мм<sup>2</sup>;  $f_d = 0,075$ <sup>1</sup>). Требуется: рассчитать усилия, удельную работу, коэффициенты полезного действия прокатки и сравнить их с таковыми же во втором примере.

**Решение.** 1) Расчет вспомогательных величин:

Вес листа (или пакета листов):

$$G = 29,45 \text{ кг}, \text{ или } 0,02945 \text{ т.}$$

Угол захвата:

$$\sin \frac{\alpha_0}{2} = \sqrt{\frac{0,5}{2 \cdot 400}} = 0,025; \alpha_0 = 2^\circ 52'.$$

Размеры зажатого клина и их отношения:

$$l_c = 200 \cdot \sin 2^\circ 52' = 10,0 \text{ мм}; b_c = \sim b_0 = 1000 \text{ мм}; h_c = 2,25 \text{ мм};$$

$$\frac{l_c}{h_c} = \frac{10}{2,25} = 4,45; \frac{l_c}{b_c} = \frac{10}{1000} = 0,01.$$

Удельное обжатие и коэффициенты деформации:

$$\frac{\Delta h}{h_0} = 0,2; \frac{1}{\eta} = \lambda = 1,250; \beta = 1.$$

2) Работа и коэффициент полезного действия на бочке валков  
Удельная полезная работа прокатки по равенству (124):

$$a'_D = 8,68 \text{ л.с.} \times \text{час на } 1 \text{ т.}$$

Коэффициент полезного действия на бочке валков по диаграмме на фиг. 32 (при отношении  $\frac{l_c}{h_c} = 4,45$ ; кривая  $\frac{l_c}{b_c} = 0$ )

$$\varphi_D = 0,310, \text{ или } 31^\circ.$$

Сравнивая с таковым во втором примере, видим, что при уменьшении диаметра валка в два раза — коэффициент полезного действия увеличился на  $31 - 22,5 = 8,5\%$ .

Удельная полезная работа на бочке валков:

$$a_D = \frac{a'_D}{\varphi_D} = \frac{8,68}{0,31} = 28,0 \text{ л.с.} \times \text{час на } 1 \text{ т.}$$

Сравнивая с таковой во втором примере, видим, что при уменьшении диаметра валков в два раза — удельная полная работа на

$$\text{бочке валков уменьшалась на } \frac{38,5 - 28,0}{38,5} \cdot 100 = 27,2\%.$$

Полная работа прокатки на бочке валков:

$$A_D = a_D G l q \lambda = 28,0 \cdot 0,02945 \lg 1,25 = 0,0795 \text{ л.с.} \times \text{час},$$

$$\text{или } 21450 \text{ кг} \times \text{м.}$$

3) Вертикальное давление по равенству (50):

$$Q = q b_c l_c,$$

$$\text{в котором: } q = 8 \left[ 1 + \frac{1}{3} (4,45 - 1) \right] = 17,2 \text{ кг/мм}^2.$$

<sup>1</sup> Кварто-станы обычно делают с роликовыми подшипниками, и коэффициент трения на шейках будет значительно меньше 0,075, но мы берем его в данном примере, ради сравнимости, равным таковому во втором примере.



Отсюда:

$$Q_n = 17,2 \cdot 1000 \cdot 10 = 172000 \text{ кг.}$$

По сравнению с таковым во втором примере, меньше

$$\text{на } \frac{311000 - 172000}{311000} \cdot 100 = 44,6\%.$$

Таким образом, при уменьшении диаметра валков в два раза вертикальное усилие сжатия уменьшилось при том же обжатии на 44,6%.

Кстати отметим здесь, что это уменьшение возбуждаемых вертикальных усилий сжатия при уменьшении диаметра валков, играет очень важную роль в наименьшей возможной толщине проката, а этим самым кварто-станы выгодно отличаются от обычных дуо-станов в том отношении, что на первых можно получить толщину проката меньшую, чем в дуо-станах.

4) Работа трения на шейках и коэффициент полезного действия на треше валков:

Работа трения на шейках по равенству (142):

$$A_d = 2 \cdot 0,075 \cdot 172000 \cdot 1,875 \cdot 0,75 = 36600 \text{ кг} \times \text{м}, \text{ или } 484 \text{ л. с.} \times \text{сек.}$$

По сравнению с таковой во втором примере, меньше на

$$\frac{875 - 484}{875} \cdot 100 = 44,6\%.$$

Полная работа на треше валков:

$$A_w = (A_b + A_d) = 286 + 484 = 770 \text{ л. с.} \times \text{сек.}$$

Технический коэффициент полезного действия на треше валков:

$$\varphi_d = \frac{A_b}{A_w} = \frac{287}{770} = 0,371, \text{ или } 37,1\%.$$

По сравнению с таковым во втором примере, больше на 37,1 — 31,1 = 6%.

Полный коэффициент полезного действия на треше валков:

$$\varphi_w = 0,310 \cdot 0,371 = 0,115, \text{ или } 11,5\%.$$

По сравнению с полученным во втором примере, больше на 11,5 — 7 = 4,5%.

Полученное повышение полного коэффициента полезного действия, выраженное в процентах, кажется небольшим, но принимая во внимание, что мы здесь имеем дело с очень низким коэффициентом полезного действия, — повышение это очень значительное; для большей наглядности выразим это повышение в

кратном отношении; при этом получим возрастание полного коэффициента в  $\frac{11,5}{7} = 1,645$  раз.

Таким образом, при уменьшении диаметра валков в два раза — полный коэффициент полезного действия увеличился больше чем в полтора раза.

Удельная работа на треше валков:

$$a_w = \frac{a_D}{\varphi_D} = \frac{8,68}{0,115} = 75,5 \text{ л. с.} \times \text{час на } 1 \text{ т.}$$

По сравнению с таковой во втором примере, получим экономию в работе на 124 — 75,5 = 48,5 л. с. × час на 1 т, или 39,1%.

Само собой понятно, что этот процент экономии будет значительно скромнее для полной работы прокатки на валу двигателя.

Ради краткости, мы не будем приводить здесь такого же примера для сортовой прокатки, а ограничимся лишь указанием на то, что при прокатке с большими углами захвата экономия работы на треше прокатных валков при уменьшении диаметра будет значительно скромнее, чем при прокатке тонких листов с очень малыми углами захвата.

## 7. ВЛИЯНИЕ ОБЖАТИЯ

Мы имеем здесь в виду сравнить усилие, удельную работу и коэффициент полезного действия прокатки при различном обжатии двух одинаковых полос при одинаковых прочих условиях, и с этой целью выясним сначала зависимость основных факторов усилий и работы прокатки от обжатия данной полосы.

Из известного нам равенства  $\sin \frac{\alpha_0}{2} = \sqrt{\frac{\Delta h}{D}}$  видим, что при

данном диаметре валков синус половины угла захвата пропорционален корню квадратному из обжатия; таким образом, угол захвата увеличивается с увеличением обжатия полосы в валках данного диаметра.

Далее, из известного нам равенства  $l_c = \sqrt{\frac{1}{2} \Delta h \cdot D}$  видим,

что длина зажатого клина при данном диаметре валков также возрастает с увеличением обжатия полосы в валках данного диаметра пропорционально корню квадратному из обжатия.

Принимая во внимание, что с увеличением обжатия данной полосы толщина зажатого клина ( $h_c$ ) уменьшается, видим, что с

увеличением обжатия отношение  $\frac{l_c}{h_c}$  возрастает как вследствие увеличения числителя ( $l_c$ ), так и вследствие уменьшения знаменателя ( $h_c$ ).

Далее легко убедиться, что с увеличением обжатия отношение  $\frac{l_c}{b_c}$  будет возрастать значительно меньше, чем отношение  $\frac{l_c}{h_c}$ , ибо уширение полосы, а следовательно и  $b_c$ , с увеличением обжатия возрастают.

Выяснив зависимость основных факторов при обжатии полосы, легко разобраться в вопросе влияния самого обжатия на усилия, удельную работу и коэффициент полезного действия прокатки, но сначала выясним влияния обжатия на возбуждаемое вертикальное усилие сжатия.

Из известного нам равенства  $Q_n = q b_c l_c$  видим, что вертикальное давление с увеличением обжатия будет возрастать вследствие увеличения всех трех определяющих его факторов, при чем удельное давление будет возрастать как при сжатии без скольжения, вследствие упрочнения, так и при сжатии со скольжением.

Таким образом, с увеличением обжатия вертикальное давление интенсивно возрастает. Мы не будем заниматься здесь аналитическим решением вопроса количественного возрастания вертикального давления с увеличением обжатия, так как оно сложно, и точное решение недоступно в виду недостаточного исследования кривых упрочнения, а ограничимся тем, что выясним это ниже на примерах.

Далее выясним влияние обжатия на удельную полезную работу прокатки. Последняя, как нам известно, определяется двумя факторами: коэффициентом  $\chi$  и удельным давлением ( $q$ ) (см. равенство 124), при чем зависимость первого фактора от обжатия, как легко догадаться, в общем будет сходна с выше выясненной зависимостью его от диаметра валков при данном обжатии, т. е. с увеличением обжатия коэффициент  $\chi$  будет незначительно возрастать, второй же фактор (удельное давление) с увеличением обжатия возрастает как вследствие упрочнения, так и вследствие скольжения.

Отсюда — полезная удельная работа с увеличением обжатия возрастает.

Далее, влияние обжатия на коэффициент полезного действия на бочке валков, как легко догадаться, в общем сходно с разобранным нами выше влиянием на него диаметра валков, т. е. с увеличением обжатия коэффициент полезного действия на бочке валков уменьшается. Что касается технического коэффициента полезного действия, то, принимая во внимание, что с увеличением обжатия при данном диаметре угол захвата возрастает, из равенства (145) и диаграммы (фиг. 32) видим, что с увеличением обжатия при данном диаметре валков технический коэффициент полезного действия на тряфе валков возрастает.

Наконец, имея в виду, что при увеличении обжатия коэффициент полезного действия на бочке уменьшается, а технический коэффициент полезного действия на тряфе, наоборот, возрастает, — полный коэффициент полезного действия на тряфе (как произведение двух указанных коэффициентов) при увеличении

обжатия может возрасти, уменьшиться и остаться без изменения. Случаи прокатки, в которых будем иметь возрастание или уменьшение полного коэффициента, выясним ниже на примерах; сейчас же решим пример для выяснения количественного влияния обжатия на усилия, работу и коэффициенты полезного действия прокатки.

**Пример 4-й.** Требуется: рассчитать усилия, удельную работу и коэффициенты полезного действия при обжатии ( $\Delta h = 50$  мм) полосы размерами:  $h_0 = 500$  мм;  $b_0 = 500$  мм;  $L_0 = 2$  м, в валках диаметром:  $D = 1000$  мм, при диаметре шеек валков:  $d = 700$  мм, и полученные результаты сравнить с результатами прокатки, приведенными в первом примере.

**Решение.** 1) Расчет вспомогательных величин.

Вес полосы тот же, что и в первом примере:

$$G = 3,925 \text{ т.}$$

Угол захвата:

$$\sin \frac{\alpha_0}{2} = \sqrt{\frac{50}{2 \cdot 1000}} = 0,158; \alpha_0 = 18^\circ 20'.$$

Размеры зажатого клина и их отношения:

$$l_c = \frac{1}{2} D \sin \frac{\alpha_0}{2} = 500 \cdot \sin 18^\circ 20' = 157,0 \text{ мм;}$$

$$h_c = h_0 - \frac{1}{2} \Delta h = 500 - 25 = 475 \text{ мм;}$$

$\Delta b = 5$  мм (расчета уширения не приводим ради краткости);

$$b_c = b_0 + \frac{1}{2} \Delta b = 500 + 2,5 = 502,5 \text{ мм;}$$

$$\frac{l_c}{h_0} = \frac{157}{475} = 0,330; \frac{l_c}{b_c} = \frac{157}{502,5} = 0,310.$$

Удельное обжатие и коэффициенты деформации:

$$\frac{\Delta h}{h_0} = \frac{50}{500} = 0,10;$$

$$\frac{1}{\eta} = \frac{500}{450} = 1,111;$$

$$\beta = \frac{505}{500} = 1,010;$$

$$\lambda = \frac{1}{\eta \beta} = \frac{1,111}{1,010} = 1,105;$$

$$L_1 = 1,105 \cdot 2,0 = 2,210 \text{ м.}$$

2) Работа и коэффициент полезного действия на бочке валков:

Удельную полезную работу прокатки рассчитаем по равенству (124):

$$a'_D = 1,085 \chi_1 q_1$$

в котором коэффициент  $\nu_\lambda$  определяем по равенству (121):

$$\nu_\lambda = \frac{1 + K}{m + K} = \frac{1 + 0,25}{0,7675 + 0,25} = \frac{1,25}{1,0175} = 1,225,$$

а удельное давление  $q_1$  — по диаграмме Бекмана (фиг. 31):

$$q_1 = 7 \text{ кг/мм}^2.$$

Отсюда:

$$a'_b = 1,085 \cdot 1,225 \cdot 7 = 9,3 \text{ л. с.} \times \text{час на 1 м.}$$

В первом примере удельная полезная работа больше на

$$\frac{10,25 - 9,3}{9,3} \cdot 100 = 10,2 \text{ \%}.$$

Таким образом, при увеличении обжатия в два раза — удельная полезная работа увеличилась на  $10,2\%$ .

Коэффициент полезного действия на бочке валков найдем по диаграмме (фиг. 32):

$$\varphi_D = 0,98.$$

В первом примере этот коэффициент меньше на  $2\%$ .

Удельная полная работа прокатки на бочке валков:

$$a_D = \frac{a'_D}{\varphi_D} = \frac{9,3}{0,98} = 9,5 \text{ л. с.} \times \text{час на 1 м.}$$

В первом примере удельная полная работа больше на

$$\frac{11,4 - 9,5}{9,5} = 20\%.$$

Отсюда — при увеличении обжатия в два раза удельная полная работа на бочке валков увеличивается на  $20\%$ .

Полная работа на бочке валков:

$$A_D = a_D G l g \lambda = 9,5 \cdot 3,925 \lg 1,105 = 1,615 \text{ л. с.} \times \text{час, или}$$

$$A_D = 435000 \text{ кг/м.}$$

3) Вертикальное давление:

$$Q_h = q b_c l_c = 7 \cdot 502,5 \cdot 157 = 543000 \text{ кг.}$$

Вертикальное давление в первом примере больше на  $\frac{887500 - 553000}{553000} = 60,5\%$ . Итак, при увеличении обжатия в два

раза вертикальное давление увеличилось примерно на  $60\%$ .

4) Работа трения на шейках и коэффициент полезного действия на трение валков:

Работу трения на шейках валков определим по равенству (142):

$$A_a = 2 \cdot 0,075 \cdot 553000 \cdot 0,7 = 129000 \text{ кг} \times \text{м, или } A_D = 1720 \text{ л. с.} \times \text{сек.}$$

Полная работа на трение валков:

$$A_w = A_D + A_a = 5810 + 1720 = 7530 \text{ л. с.} \times \text{сек.}$$

Технический коэффициент полезного действия на трение валков:

$$\varphi_a = \frac{A_D}{A_w} = \frac{5810}{7530} = 0,773, \text{ или } 77,3\%$$

Соответственный коэффициент полезного действия в первом примере больше на  $81,3 - 77,3 = 4\%$ .

Полный коэффициент полезного действия на трение валков:

$$\varphi_w = \varphi_D \cdot \varphi_a = 0,98 \cdot 0,773 = 0,7575, \text{ или } 75,75\%$$

В первом примере этот коэффициент больше на  $77,75 - 75,75 = 2,0\%$ .

Таким образом, при увеличении обжатия в два раза коэффициент полезного действия на бочке уменьшился на  $20\%$ , технический же коэффициент полезного действия, наоборот, увеличился на  $4\%$ , и в результате общий коэффициент полезного действия на трение валков увеличился на  $2\%$ . Итак, при прокатке с боль-

шими углами захвата и при малом отношении  $\frac{l_c}{h_c}$  полный коэффициент полезного действия при увеличении обжатия незначительно улучшается.

Удельная полная работа прокатки на трение валков:

$$a_w = \frac{a_D}{\varphi_a} = \frac{9,5}{0,773} = 12,28 \text{ л. с.} \times \text{час на 1 м.}$$

В первом примере она больше на  $\frac{14,10 - 12,28}{12,28} \cdot 100 = 14,2\%$ .

По сравнению с перерасходом удельной полной работы на бочке, перерасход на трение несколько уменьшился, а именно на  $20 - 14,2 = 5,8\%$  (влияние технического коэффициента полезного действия).

Итак, не смотря на то, что при увеличении обжатия в два раза полный коэффициент полезного действия несколько улучшается, удельный расход полной работы на трение валков увеличился на  $14,2\%$  или, наоборот, уменьшение обжатия в два раза дает экономию в расходе удельной работы на трение валков на  $\frac{14,1 - 12,28}{14,1} \cdot 100 = 12,9\%$ .

Для полноты выяснения количественного влияния обжатия на усилия, работу и коэффициенты полезного действия при прокатке, решим еще пример прокатки тонких листов, в котором обжатие взято в два раза больше, по сравнению с обжатием во втором примере.

**Пример 5-й.** Требуется: рассчитать усилия, удельную работу и коэффициент полезного действия при обжатии ( $\Delta h = 1$  мм) листа, размерами:  $h_0 = 2,5$  мм;  $b_0 = 1000$  мм;  $L_0 = 1,5$  м; диаметр валков:  $D = 800$  мм; диаметр шеек валков:  $d = 600$  мм.

**Решение.** 1) Расчет вспомогательных величин:

Вес листа тот же, что и во втором примере:

$$G = 0,02945 \text{ т.}$$

Угол захвата:

$$\sin \frac{\alpha_0}{2} = \sqrt{\frac{1}{2 \cdot 800}} = 0,025; \alpha_0 = 2^{\circ}52'.$$

Размеры зажатого клина и их отношения:

$$l_c = \frac{1}{2} D \sin \alpha_0 = \frac{1}{2} \cdot 800 \cdot \sin 2^{\circ}52' = 20 \text{ мм}; b_c = b_0 = 1000 \text{ мм},$$

$$h_c = h_0 - \frac{1}{2} \Delta h = 2,5 - \frac{1}{2} = 2,0 \text{ мм}; \frac{l_c}{h_c} = \frac{20}{2} = 10;$$

$$\frac{l_c}{b_c} = \frac{20}{1000} = 0,02.$$

Удельное обжатие и коэффициенты деформации:

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{1}{2,5} = 0,4; \frac{1}{\eta} = \frac{2,5}{1,5} = 1,665;$$

$$\beta = 1; \lambda = 1,665; L_1 = 1,665 \cdot 1,5 = 2,5 \text{ м.}$$

2) Работа и коэффициент полезного действия на бочке валков:

Удельная полезная работа прокатки по равенству (124):

$$a'_{\text{D}} = 1,085 \cdot \chi_1 q_1,$$

в котором: 1) коэффициент  $\chi_1$  приближенно можем принять равным единице; 2) удельное давление ( $q_1$ ) по диаграмме (фиг. 31) примем равным  $8,5 \text{ кг/мм}^2$ .

Отсюда:

$$a'_{\text{D}} = 1,085 \cdot 1 \cdot 8,5 = 9,25 \text{ л. с.} \times \text{ час на 1 т.}$$

По сравнению с таковой во втором примере, удельная полезная работа увеличилась на  $\frac{9,25 - 8,97}{8,97} = 100 = 3\%$ .

Коэффициент полезного действия на бочке валков по диаграмме на фиг. 32 (кривая  $\frac{l_c}{b_c} = 0$ ):

$$\varphi_{\text{D}} = 0,135, \text{ или } 13,5\%.$$

По сравнению с таковым во втором примере, коэффициент полезного действия меньше на  $22,5 - 13,5 = 9\%$ , или в кратном

отношении уменьшился в  $\frac{0,225}{0,135} = 1,666$  раз.

Удельная полная работа на бочке валков:

$$a'_{\text{D}} \frac{a'_{\text{D}}}{\varphi_{\text{D}}} = \frac{9,25}{0,135} = 68,5 \text{ л. с.} \times \text{ час на 1 т.}$$

По сравнению с работой, полученной во втором примере больше на  $\frac{68,5 - 38,5}{38,5} = 78\%$ .

Таким образом, при увеличении обжатия в два раза удельная полная работа на бочке возросла на  $78\%$ , т. е. процент возрастания в 3,9 раза больше, чем при обжиме полос крупного сечения (влияние сжатия со скольжением).

Полная работа на бочке валков:

$$A_{\text{D}} = a_{\text{D}} G l \lambda; 68,5 \cdot 0,02945 \lg 1,665 = 0,4475 \text{ л. с.} \times \text{ час};$$

или:

$$A_{\text{D}} = 1610 \text{ л. с.} \times \text{ сек}; A_{\text{D}} = 121000 \text{ кг} \times \text{ м.}$$

3) Вертикальное давление рассчитаем по следующему равенству:

$$Q_h = q b_c l_c,$$

в котором удельное давление определится по равенству (50):

$$q = 8,5 \left[ 1 + \frac{1}{3} (10 - 1) \right] = 34 \text{ кг/мм}^2.$$

Отсюда:

$$Q_h = 34 \cdot 20 \cdot 1000 = 680000 \text{ кг.}$$

По сравнению со вторым примером, удельное давление больше в  $\frac{680000}{311000} = 2,158$  раза.

Таким образом, при увеличении обжатия в два раза — вертикальное давление увеличилось более чем в два раза.

Кстати проверим на данном примере, в котором имеем значительную вытяжку, степень точности приближенных равенств для окружного усилия (равенства 104 bis и 109 bis); для этого рассчитаем последнее по полной работе ( $A_{\text{D}}$ ) на бочке валков и сравним его с таковым, рассчитанным по вышеуказанным равенствам.

Окружное полное усилие на бочке валков:

$$2P_{\text{D}} = \frac{A_{\text{D}}}{L_1} = \frac{121000}{2,5} = 48500 \text{ кг.}$$

То же усилие по равенству (109 bis):

$$2 P_D = 2 \nu_h \frac{1 + \lambda}{2\lambda} \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha_0}{2} \cdot Q_h = 2 \cdot 1,85 \cdot \frac{2,665}{3,33} \cdot \operatorname{tg} \cdot 1^{\circ}26' \cdot 680000 = 51000 \text{ кг.}$$

Таким образом, равенство (109 bis) дает окружное усилие больше на  $\frac{51000 - 48500}{48500} = 5,15\%$ , а во втором примере — на  $1,6\%$ , т. е. с увеличением вытяжки степень точности самого равенства ухудшается, как это выяснено выше.

То же усилие по равенству (104 bis):

$$2 P_D = \nu_h \sin \alpha Q_h = 1,85 \cdot \sin 2^{\circ}52' \cdot 680000 = 62850 \text{ кг.}$$

По сравнению с рассчитанным полным окружным усилием, больше на  $\frac{62850 - 48500}{48500} \cdot 100\% = 29,6\%$

Таким образом, при значительной вытяжке приближенное равенство (104 bis) дает очень грубое отступление, и для расчета неприменимо.

4) Работа трения на шейках и коэффициент полезного действия на трение валков:

Работа трения на шейках:

$$A_d = 2f_d Q_h L_1 \frac{d}{D} = 2 \cdot 0,075 \cdot 680000 \cdot 2,5 \cdot 0,75 = 191000 \text{ кг} \times \text{м,}$$

или: 2550 л.с. × сек.

Полная работа на трение валков:

$$A_w = A_D + A_d = 1610 + 2550 = 4160 \text{ л.с.} \times \text{сек.}$$

Технический коэффициент полезного действия на трение валков:

$$\varphi_d = \frac{A_D}{A_w} = \frac{1610}{4160} = 0,387, \text{ или } 38,7\%.$$

По сравнению с техническим коэффициентом, найденным во втором примере, больше на  $38,7 - 31,1 = 7,6\%$ .

Полный коэффициент полезного действия на трение валков:

$$\varphi_w = \varphi_D \cdot \varphi_d = 0,135 \cdot 0,387 = 0,0523, \text{ или } 5,23\%.$$

По сравнению с таковым же во втором примере, меньше на  $7 - 4,23 = 2,77\%$ .

Таким образом, прокатка тонких листов при увеличении обжатия дает понижение полного коэффициента полезного действия на трение валков, тогда как обжим полос крупного сечения дает в этом случае незначительное повышение его.

Удельная полная работа на трение валков:

$$a_w = \frac{a'_D}{\varphi_w} = \frac{9,25}{0,0523} = 176,5 \text{ л.с.} \times \text{час. на } 1 \text{ м.}$$

По сравнению с удельной полной работой, найденной во втором примере, больше на  $\frac{176,5 - 124,0}{124,0} \cdot 100\% = 42,3\%$ .

Таким образом, увеличение обжатия в два раза при прокатке тонкого листа вызывает увеличение расхода удельной работы на трение валков на  $42,3\%$  или, наоборот, уменьшение обжатия в два раза дает экономию в расходе удельной работы на трение валков:

$$\frac{176,5 - 124,0}{176,5} \cdot 100 = 29,8\%.$$

По сравнению с соответствующей экономией при обжиме полос крупного сечения, последняя больше на  $29,8 - 12,9 = 16,9\%$ .

Заканчивая на этом изучение динамики в простейшем случае прокатки, перейдем к рассмотрению особых случаев прокатки.

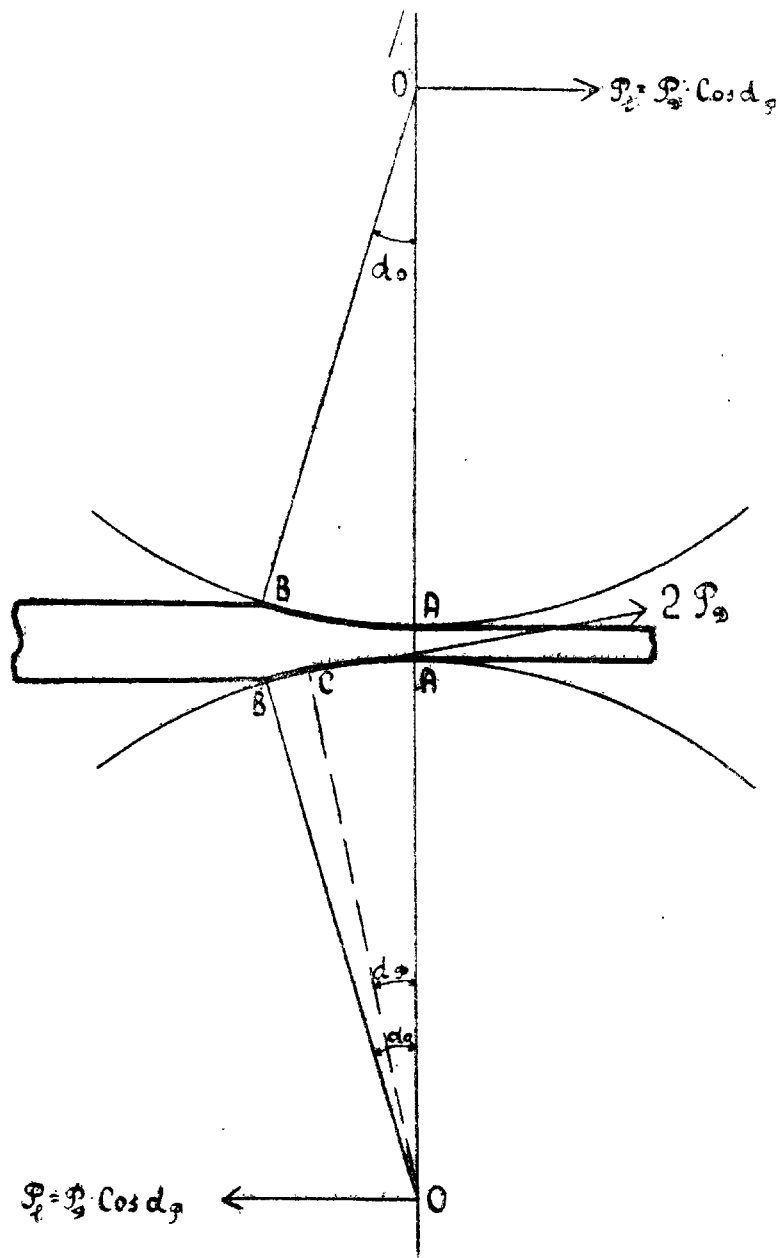
## ГЛАВА ШЕСТАЯ

### ОСОБЫЕ СЛУЧАИ ПРОКАТКИ

#### 1. ПРОКАТКА В ВАЛКАХ ОДИНАКОВОГО ДИАМЕТРА, ИЗ КОТОРЫХ ОДИН — НЕПРИВОДНОЙ

Обычно в этом случае неприводным валком делают верхний, неуравновешенный валок, который покоится на нижнем валке и давит на последний силой своего веса, вследствие чего при холостом ходе стана верхний валок приводится во вращение фрикционно нижним валком; во время прокатки верхний валок также будет приводиться во вращение нижним валком фрикционно, и различие по сравнению с холостым ходом будет только в том, что фрикционная передача будет осуществляться при посредстве зажатого между валками прокатываемого листа или полосы (фиг. 34).

Таким образом, холостой прокатной валок приводится во вращение фрикционно вторым приводным, валком т. е. является ведомым фрикционным валком, как мы и должны его рассматривать; мы называем его „неприводным“ — условно — в том отношении, что он не приводится во вращение при посредстве шестеренных валков. Причины взаимного возбуждения давлений и фрикционных сил в данном изучаемом случае прокатки будут те же, что и в



Фиг. 34

простейшем случае прокатки; различие здесь будет лишь в том, что фрикционные силы будут приложены к зажатому клину только со стороны приводного (нижнего) вала, и наша задача здесь заключается в том, чтобы выяснить, какие поправки внесет эта

особенность в равенства для расчета усилий и работы прокатки, а также в деформацию прокатываемых листов или полос.

Из вышеизложенной теории простейшего случая прокатки мы знаем, что деформация прокатываемой полосы (вытяжка и уширение), работа и усилия прокатки (за исключением усилий сжатия) определяются одним основным фактором — соотношением между растяжением и сжатием прокатываемой полосы (коэффициентом  $K$ ).

Отсюда, чтобы выяснить вопрос, какие поправки вносит изучаемый нами случай прокатки в деформацию, работу и усилия, необходимо решить основной вопрос, как влияет одностороннее приложение фрикционных сил прокатки к зажатому клину на соотношение между растяжением и сжатием прокатываемой полосы, или, короче, как влияет одностороннее приложение фрикционных сил на коэффициент  $K$ .

У нас нет чисто теоретических предпосылок, на основании которых мы могли бы внести то или другое изменение в соотношение между растяжением и сжатием прокатываемой полосы, принимая во внимание одностороннее приложение фрикционных сил прокатки к зажатому клину, а равно на основании только чисто теоретических соображений мы не можем утверждать, что при одностороннем приложении фрикционных сил прокатки будем иметь такое же соотношение между растяжением и сжатием, как и в обычном простейшем случае прокатки; отсюда само собой понятно, что этот вопрос мы можем решить только соответствующим опытным исследованием, в виду же отсутствия последнего мы вынуждены в дальнейшем принять, что и в разбираемом случае прокатки будем иметь то же соотношение между растяжением и сжатием прокатываемой полосы, что и в простейшем случае прокатки.

Отсюда само собой вытекает, что все выведенные нами выше равенства для расчета усилий работы и коэффициентов полезного действия будут применимы и в изучаемом здесь случае прокатки, и различие здесь будет только в том, что полное окружное усилие ( $2P_D$ ) будет действовать только на приводном (нижнем) валке, т. е. полный крутящий момент прокатки передает приводной валок, что само собой вносит особенность в горизонтальном давлении ( $P_1$ ); в виду этого остановимся на последнем вопросе.

В простейшем случае прокатки валки при посредстве зажатого клина действовали друг на друга по направлению прокатки с силой  $P_1$ , равной горизонтальной составляющей окружного усилия на каждом валке (см. равенство 113).

Очевидно, в изучаемом случае мы не будем иметь такого взаимодействия между валками по направлению прокатки, так как холостой валок не действует на полосу, а следовательно, и на приводной валок, по направлению прокатки, а только сопротивляется, как ведомый фрикционный валок.

Для нас является несомненным, что холостой валок будет испытывать давление по направлению прокатки, ибо приводной валок действует на него через зажатый клин в этом направле-

нии, и есть основание предполагать, что величина этого давления будет такая же, что и в простейшем случае прокатки, или во всяком случае незначительно отличаться от него; в виду этого примем, что верхний валок будет испытывать горизонтальное давление ( $P_1$ ) в сторону прокатки, которая определяется равенством:

$$P_1 = P_D \cdot \cos \alpha_P. \quad (151)$$

Само собой понятно, что с такой силой шейки холостого (верхнего) валка будут давить на вкладыши в сторону прокатки.

Что касается горизонтального давления, испытываемого приводным валком, то для нас является несомненным, что он не может испытывать давления в сторону прокатки, так как нет внешних для него сил, которые бы действовали на него в эту сторону.

Далее выясним вопрос, будут ли шейки приводного валка давить на вкладыши в обратную сторону прокатки.

Сущность этого вопроса заключается в следующем: приводной валок действует на холостой валок в сторону прокатки с силой  $P_1$ , отсюда, по закону противодействия, холостой валок действует на приводной в обратную сторону прокатки, и вопрос заключается в том, вызовет ли это противодействие реакцию на шейках приводного валка или оно будет преодолеваться только динамически, не вызывая реакции на шейках,

Метод статики даст нам в этом случае решение, по которому шейки приводного валка будут давить на вкладыши в сторону, обратную прокатке, с той же силой  $P_1$ , с которой шейки холостого валка давят на вкладыши в сторону прокатки.

Таким образом, в изучаемом случае прокатки горизонтальное давление определяется тем же равенством (113), что и в простейшем случае прокатки, различие здесь будет только в том, что холостой валок будет испытывать это давление в сторону прокатки, а приводной — в обратную сторону.

При этом считаем необходимым отметить, что последний вывод опытами не проверен, но он непосредственно вытекает из основного принципа механики.

Наконец, выясним еще, какую особенность будем иметь в деформации прокатываемой полосы в изучаемом случае прокатки. Выше нами принято, из-за отсутствия соответствующего опытного исследования, что соотношение между растяжением и сжатием в изучаемом случае прокатки будет такое же, как и в простейшем случае, когда оба валка — приводные; в виду этого для расчета вытяжки и уширения в данном случае прокатки остаются те же равенства и диаграммы, которые выведены нами выше для простейшего случая прокатки.

В добавление к этому выясним еще, какую особенность внесет одностороннее приложение фрикционных сил прокатки отдельно в деформацию сжатия и растяжения прокатываемой полосы.

Одностороннее приложение фрикционных сил, повидимому не вносит каких-либо особенностей в сжатие полосы, но растяжение ее, несомненно, будет отличаться от такового в простейшем случае прокатки, так как приложение растягивающих сил будет другое, чем в простейшем случае, и при этом легко догадаться, что зона, прилегающая ближе к приводному валку, будет растягиваться сильнее, чем прилегающая к холостому, вследствие чего надо ожидать отгиб выходящего из валков конца полосы на холостой валок (при одинаковом диаметре валков).

## 2. ПРОКАТКА В ВАЛКАХ НЕОДИНАКОВОГО ДИАМЕТРА, ИЗ КОТОРЫХ ОДИН — НЕПРИВОДНОЙ

В этом случае неприводным делают обычно валок меньшего диаметра (листовой трио-стан Лаута,) но нет каких-либо непреодолимых конструктивных препятствий сделать обратно, т. е. валок меньшего диаметра — приводным, а валок большего диаметра — холостым; в виду этого мы рассмотрим оба случая, т. е. когда валок меньшего диаметра — неприводной, и когда он — приводной. Легко догадаться, что при прокатке в валках неодинакового диаметра обжатие полосы, производимое каждым валком, будет разное, а именно: валок меньшего диаметра даст обжатие больше, чем валок большего диаметра (фиг. 35), также и углы захвата будут разные; в виду этого займемся прежде всего определением обжатий и углов захвата.

Согласно принятым на фиг. 35 обозначениям и на основании известной теоремы геометрии, напишем следующие два равенства:

$$l^2_c = \Delta' h (D' - \Delta' h);$$

$$l^2_c = (\Delta h - \Delta' h) [D - (\Delta h - \Delta' h)].$$

Так как левые части этих двух равенств одинаковы, то, — приравнявая их правые части, — после преобразований получим следующее равенство:

$$\frac{\Delta' h}{\Delta h - \Delta' h} = \frac{D - (\Delta h - \Delta' h)}{D' - \Delta' h}.$$

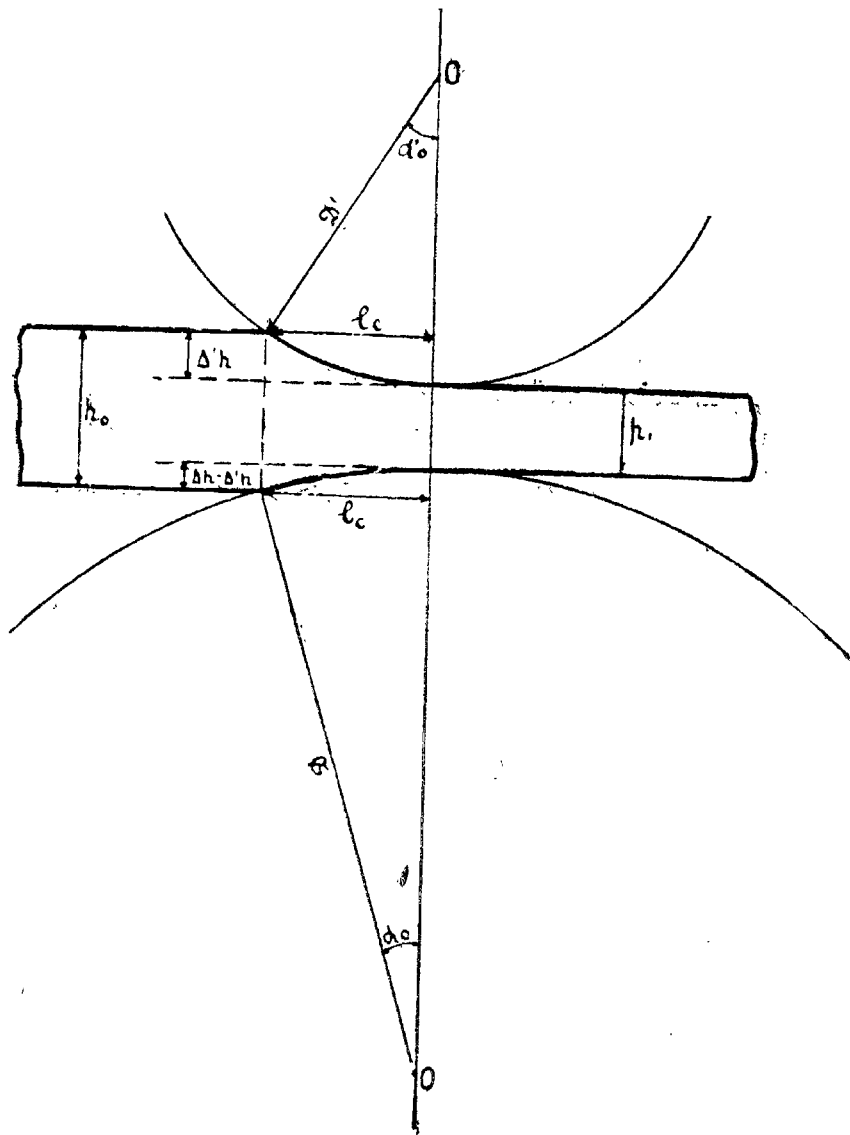
Принимая во внимание, что обжатия  $\Delta h - \Delta' h$  и  $\Delta' h$  — незначительны по отношению диаметров, приближенно примем:

$$\frac{D - (\Delta h - \Delta' h)}{D' - \Delta' h} \approx \frac{D}{D'}.$$

Подставляя это в последнее равенство, имеем:

$$\frac{\Delta' h}{\Delta h - \Delta' h} = \frac{D}{D'}. \quad (152)$$

Из последнего равенства вытекает, что при прокатке полосы в валках разного диаметра обжатие ее каждым валком — приближенно обратно-пропорционально их диаметрам.



Фиг. 35

Из последнего равенства получим следующие выражения для обжатий, производимых каждым валком:

1) для обжатия полосы валком меньшего диаметра:

$$\Delta'h = \frac{D}{D + D'} \cdot \Delta h; \quad (153)$$

2) для обжатия полосы валком большего диаметра:

$$\Delta h - \Delta'h = \frac{D'}{D + D'} \cdot \Delta h. \quad (154)$$

Далее выведем равенства для углов захвата на каждом валке; с этой целью, принимая во внимание принятые на фиг. 35 обозначения, напишем следующие очевидные равенства:

$$\Delta'h = \frac{1}{2} D' (1 - \cos \alpha'_0);$$

$$\Delta h - \Delta'h = \frac{1}{2} D (1 - \cos \alpha_0).$$

Из последних равенств, после простых выкладок, получим:

$$\sin \frac{\alpha'_0}{2} = \sqrt{\frac{\Delta'h}{D'}}; \quad (155)$$

$$\sin \frac{\alpha_0}{2} = \sqrt{\frac{\Delta h - \Delta'h}{D}}. \quad (156)$$

Отметим, что если  $D = D'$ , то  $\Delta'h = \Delta h - \Delta'h = \frac{1}{2} \Delta h$ ;

подставляя это в последние равенства, получим известное нам равенство для угла захвата, когда валки одинакового диаметра.

Таким образом, синус половинного угла захвата на данном валке всегда будет равен корню квадратному из отношения обжатия полосы этим валком к диаметру последнего.

Чтобы дать равенства для расчета углов захвата по общему обжатию полосы, подставим в последние два равенства, на место  $\Delta'h$  и  $\Delta h - \Delta'h$ , их выражения из равенств (153) и (154), при этом получим:

$$\sin \frac{\alpha'_0}{2} = \sqrt{\frac{D}{D'} \cdot \frac{\Delta h}{D + D'}}; \quad (155 \text{ bis})$$

$$\sin \frac{\alpha_0}{2} = \sqrt{\frac{D'}{D} \cdot \frac{\Delta h}{D + D'}}.$$

Наконец, дадим сравнения углов захвата на обоих валках; с этой целью, разделив последние два равенства, получим:

$$\frac{\sin \frac{\alpha'_0}{2}}{\sin \frac{\alpha_0}{2}} = \frac{D}{D'}. \quad (157)$$



Принимая во внимание, что при небольших углах отношение синусов мало отличается от отношения углов, получим следующее приближенное соотношение между углами захвата на валках:

$$\frac{\alpha'_0}{\alpha_0} = \frac{D}{D'}, \quad (158)$$

которое показывает, что при прокатке полосы в валках разного диаметра — углы захвата на каждом из них будут обратно-пропорциональны диаметрам.

Далее приведем еще равенства для расчета длины зажатого клина (пояса деформации); при этом, как легко видеть на фиг. 35, мы ее можем рассчитать по обжатию или углу захвата любого из двух валков; так, например, для длины зажатого клина по обжатию и углу захвата валка меньшего диаметра будем иметь следующие равенства, понятные из фиг. 35.

$$\left. \begin{aligned} l_c &= \sqrt{\Delta'h (D' - \Delta'h)} \approx \sqrt{\Delta'h \cdot D'} \\ l_c &= \frac{1}{2} D' \sin \alpha'_0. \end{aligned} \right\} \quad (159)$$

Очевидно, точно такие же равенства для расчета длины зажатого клина дадут нам обжатие и угол захвата на втором валке.

Далее выведем необходимое нам выражение для длины зажатого клина в функции от общего обжатия полосы; с этой целью подставим в равенство (159), на место  $\Delta'h$ , его выражение из равенства (153) и получим следующее искомое выражение:

$$l_c = \sqrt{\frac{DD'}{D+D'} \cdot \Delta h}. \quad (160)$$

Рассмотрим теперь особенности деформации прокатываемой полосы в изучаемом здесь случае прокатки, и прежде всего выясним одно важное обстоятельство при прокатке в валках неодинакового диаметра. Выше, при изучении обжатий и углов захвата на каждом валке, мы принимали, что длина контактной поверхности, или, точнее, проекция дуги захвата на направление прокатки на каждом валке будет одинакова; в действительности же этого не будет, и, как легко догадаться, контактная поверхность на валке большего диаметра будет длиннее, чем на валке меньшего диаметра; последнее нам будет вполне понятно, если мы возьмем крайний случай, т. е. один валок — бесконечно-большого диаметра, а второй — обычного размера; в этом случае полоса будет соприкасаться с валком бесконечно-большого диаметра по всей своей длине и обжиматься только одним валком меньшего диаметра, соприкасаясь с последним только по дуге захвата.

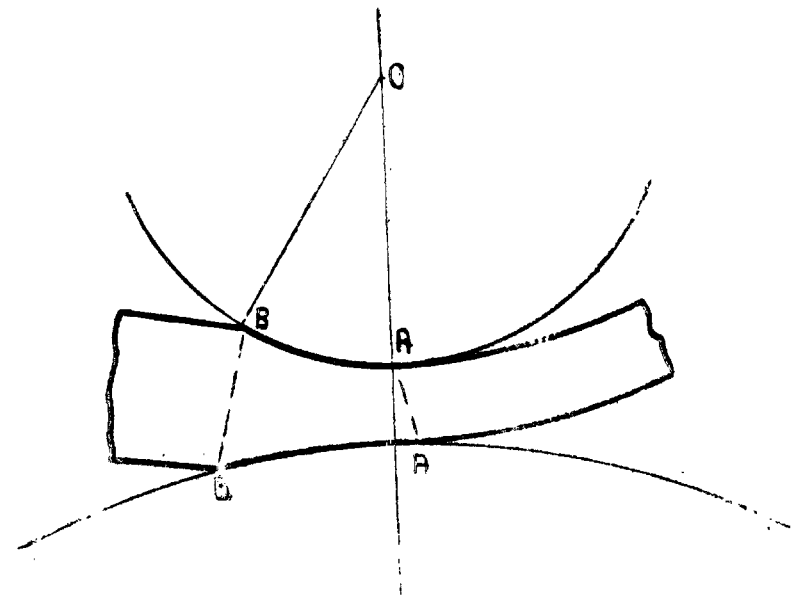
Далее легко догадаться, что давления на избыточной длине контактной поверхности с валком большего диаметра будут от-

гибать передний и задний концы прокатываемой полосы на валок меньшего диаметра (фиг. 36).

Далее рассмотрим деформацию прокатываемой полосы в изучаемом случае; при этом сначала не будем принимать во внимание выясненного выше отгиба концов, а затем примем во внимание и этот отгиб.

В изучаемом случае прокатки, как и в случае, разобранным нами выше, будем иметь одностороннее приложение фрикционных сил прокатки к зажатому клину, т. е. по контактной поверхности его с приводным валком, что, как нами выяснено выше, сопряжено с неравномерным растяжением полосы и отгибом переднего выходящего конца полосы на неприводной валок. Далее, в изучаемом случае к этому неравномерному растяжению прибавляется еще выясненное нами выше неодинаковое обжатие полосы каждым валком; в связи с этим рассмотрим здесь два случая: когда валок меньшего диаметра — неприводной, и когда он — приводной.

В первом случае, когда валок меньшего диаметра — неприводной, прокатываемая полоса подвергается большому растяжению со стороны приводного валка большего диаметра и большому сжатию со стороны неприводного валка меньшего диаметра; следовательно, в этом случае отгиб выходящего конца на неприводной валок, вследствие большего растяжения, будет компенсироваться большим сжатием полосы последним валком, и в данном случае передний выходящий конец может отгибаться,



Фиг. 36

вследствие неравномерной деформации, как на неприводной валок, так и на приводной и может совсем не отгибаться.

Во втором случае, когда валок меньшего диаметра—приводной, прокатываемая полоса будет подвергаться большему растяжению и сжатию со стороны валка меньшего диаметра, и передний конец будет отгибаться, вследствие неравномерной деформации, на неприводной валок большего диаметра.

Выше мы рассмотрели в отдельности: отгиб концов прокатываемой полосы вследствие большей длины контактной поверхности с валком большего диаметра и вследствие неодинаковой деформации, а теперь легко решить вопрос, как будут вести себя концы прокатываемой полосы, принимая во внимание одновременное действие обоих факторов. Легко догадаться, что в обоих разобранных выше случаях неравномерная деформация по высоте не влияет на отгиб заднего конца, и он в обоих случаях будет одинаково отгибаться на валок меньшего диаметра; что касается переднего конца полосы, то во втором случае прокатки, когда валок меньшего диаметра—приводной, неравномерная по высоте деформация отгибает полосу на валок большего диаметра, а разность диаметров, наоборот, на валок меньшего диаметра; отсюда само собой понятно, что в этом случае передний конец полосы будет отгибаться на валок меньшего диаметра значительно слабее, чем в первом случае.

Далее само собой выступает более важный для нас вопрос—как влияют выясненные выше особенности на соотношение между растяжением и сжатием прокатываемой полосы или на коэффициент  $K$ , который входит во все равенства для расчета как по деформации, так и по динамике прокатки.

На этот вопрос мы вынуждены ответить так же, как и в разобранном выше первом случае, а именно, что выясненные выше деформации—в изучаемом случае не дают нам каких-либо предпосылок для чисто теоретического решения этого вопроса, что он может быть решен только соответственным опытным исследованием, но в виду отсутствия последнего мы вынуждены пользоваться теми же диаграммами и равенствами, которые выведены нами для простейшего случая прокатки, за исключением приближенных равенств для окружного усилия (102, 104, 104bis, 109, и 109bis), а также приближенного равенства (145) для технического коэффициента полезного действия

Таким образом, при расчете вытяжки, уширения, работы, усилий и коэффициентов полезного действия мы будем пользоваться в изучаемом случае прокатки равенствами и диаграммами, выведенными выше для простейшего случая прокатки, за исключением упомянутых выше равенств, которыми мы не можем пользоваться в данном случае потому, что в эти равенства входит угол захвата, а в изучаемом случае мы имеем два разных угла захвата.

Нет никаких трудностей вывести приближенные равенства в данном случае прокатки, соответствующие упомянутым выше приближенным равенствам в простейшем случае, но здесь мы не будем заниматься этим потому, что при расчетах не пользуемся этими равенствами, и в простейшем случае прокатки ввели их спе-

циально для исследования факторов технического коэффициента полезного действия.

Наконец, выясним еще один, очень важный в техническом отношении вопрос, а именно: о преимуществах в динамическом отношении прокатки в трио-стане с тонким средним валком по сравнению с прокаткой в дуо-стане; с этой целью сравним усилия, удельную работу и коэффициенты полезного действия при прокатке двух одинаковых листов при одинаковом их обжатии, из коих один прокатывается в трио-стане с тонким средним валком, а второй—в дуо-стане, при чем диаметр валков у последнего одинаков с диаметром толстых валков в трио-стане.

Сравним сначала длину зажатого клина. Длина зажатого клина в трио-стане с тонким средним валком по равенству (160):

$$l'_c = \sqrt{\frac{DD'}{D+D'}} \cdot \Delta h.$$

Длина зажатого клина в дуо-стане:

$$l_c = \sqrt{\frac{1}{2} \Delta h \cdot D}.$$

Разделив последние два равенства друг на друга, имеем:

$$\frac{l'_c}{l_c} = \sqrt{\frac{2D'}{D+D'}}. \quad (161)$$

Принимая во внимание, что  $D' < D$ , видим, что отношение  $\frac{2D'}{D+D'} < 1$ , и будет тем меньше, чем тоньше средний валок; отсюда—при одном и том же обжатии длина зажатого клина в трио-стане с тонким средним валком будет меньше, чем в дуо-стане, и тем меньше, чем тоньше средний валок.

Далее, сравнивая вертикальные давления в трио-стане и дуо-стане, видим, что вертикальное давление в трио-стане:

$$Q'_h = q' l'_c b_c,$$

а вертикальное давление в дуо-стане:

$$Q_h = q l_c b_c.$$

Разделив друг на друга вертикальные давления, получим:

$$\frac{Q'_h}{Q_h} = \frac{q'}{q} \cdot \frac{l'_c}{l_c}.$$

Подставляя в последнее отношение, на место  $\frac{l_c}{l_c}$ , его значение из равенства (161), получим:

$$\frac{Q'_h}{Q_h} = \frac{q'}{q} \cdot \sqrt{\frac{2D'}{D + D'}}$$

Если сжатие полосы происходит без скольжения, то  $\frac{q'}{q} = 1$ ; в противном случае, как легко убедиться,  $\frac{q'}{q} < 1$ .

Таким образом, из последнего равенства видим, что при одинаковом обжатии листа вертикальное давление в трио-стане с тонким средним валком будет меньше, чем в дуо-стане, и тем меньше, чем тоньше средний валок.

Далее, при одинаковой ширине ( $b_c$ ) и высоте ( $h_c$ ) зажатого клина отношение  $\frac{l_c}{h_c}$ , при одинаковом обжатии листа в трио-стане с тонким средним валком, будет меньше, чем в дуо-стане, а следовательно, как это нами выяснено выше, удельный расход работы на бочке и на трее валков в трио-стане будет меньше, чем в дуо-стане, и тем меньше, чем тоньше средний валок. Количественное влияние среднего тонкого валка на удельный расход работы выясним на примере; с этой целью воспользуемся вторым примером (прокатка листа в дуо-стане), и решим ниже шестой пример прокатки того же листа при том же обжатии в трио-стане, у которого диаметр толстых валков берем одинаковый с диаметром валков дуо-стана во втором примере ( $D = 800$  мм), а диаметр среднего тонкого валка, ради сравнимости с кварто-станом в третьем примере, возьмем в два раза меньше ( $D = 400$  мм).

**Пример 6-й.** Дано: диаметр бочки: толстых валков листового трио-стана:  $D = 800$  мм; диаметр шейки:  $d = 600$  мм; диаметр бочки средних тонких валков:  $D = 400$  мм; начальные размеры листа:  $h_0 = 2,5$  мм;  $b_0 = 1000$  мм;  $L_0 = 1,5$  м; обжатие  $\Delta h = 0,5$  мм;  $q_1 = 8$  кг/мм<sup>2</sup>;  $f_d = 0,075$ . Требуется: рассчитать усилия, удельную работу, коэффициенты полезного действия и сравнить их с такими же величинами, найденными во втором и третьем примерах.

1) Расчет вспомогательных величин:

Вес листа — тот же, что и во втором примере:  $G = 0,02945$  т.

Размеры зажатого клина и их отношения:

$$l_c = \sqrt{\frac{D D' \cdot \Delta h}{D + D'}} = \sqrt{\frac{800 \cdot 400}{800 + 400} \cdot 0,5} = 11,55 \text{ мм;}$$

$$b_c = 1000 \text{ мм; } h_c = 2,25 \text{ мм; } \frac{l_c}{b_c} = \frac{11,55}{2,25} = 5,14;$$

$$\frac{l_c}{b_c} = \frac{11,55}{1000} = 0,01154.$$

Удельное обжатие и коэффициент деформации:

$$\frac{\Delta h}{h_0} = 0,2; \quad \frac{1}{\eta} = \lambda = 1,25; \beta = 1; L_1 = 1,875 \text{ м.}$$

2) Работа и коэффициент полезного действия на бочке валков:

Удельная полезная работа прокатки будет та же, что и во втором примере:

$$a'_D = 8,68 \text{ л. с.} \times \text{час на } 1 \text{ т.}$$

Коэффициент полезного действия на бочке валков по диаграмме на фиг. 32 (кривая  $\frac{l_c}{b_c} = 0$ ):

$$\varphi_D = 0,275.$$

Полученный коэффициент полезного действия будет больше, чем в дуо-стане (второй пример:  $\varphi_D = 0,225$ ), и меньше, чем в кварто-стане (третий пример:  $\varphi_D = 0,310$ ). Таким образом, по коэффициенту полезного действия на бочке валков, при данном обжатии данного листа, трио-стан с тонким, средним валком будет занимать среднее положение между дуо-и кварто-станами.

Удельная полная работа на бочке валков:

$$a_D = \frac{a'_D}{\varphi_D} = \frac{8,68}{0,275} = 31,5 \text{ л. с.} \times \text{час на } 1 \text{ т.}$$

По сравнению с удельной полной работой в дуо-стане (второй пример), меньше на  $\frac{38,5 - 31,5}{38,5} \cdot 100 = 18,2$  %, а по сравнению с таковой в кварто-стане (третий пример) — больше

$$\text{на } \frac{31,5 - 28,0}{28,0} = 12,5\%.$$

Полная работа на бочке валков:

$$A_D = a_D G \lg \lambda = 31,5 \cdot 0,02945 \lg 1,25 = 0,0895 \text{ л. с.} \times \text{час;}$$

$$A_D = 322 \text{ л. с.} \times \text{сек; } A_D = 24200 \text{ кг} \times \text{м.}$$

3) Вертикальное давление:

$$Q_h = q b_c l_c,$$

где удельное давление ( $q$ ) рассчитаем по известному приближенному равенству (50):

$$q = 8 \left[ 1 + \frac{1}{3} (5,14 - 1) \right] = 19 \text{ кг/мм}^2.$$

Отсюда:

$$Q_n = 19 \cdot 1000 \cdot 11,55 = 220000 \text{ кг.}$$

По сравнению с вертикальным давлением в дуо-стане (второй пример), меньше на  $\frac{311000 - 220000}{311000} \cdot 100 = 29,2\%$ , а по сравнению с таковым в кварто-стане (третий пример), больше на  $\frac{220000 - 172000}{172000} \cdot 100 = 27,9\%$ .

Таким образом, при данном обжатии данного листа вертикальное давление в трио-стане с тонким средним валком имеет среднюю величину такового в дуо-и кварто-станах.

4) Работа трения на шейках и коэффициент полезного действия на тряфе валков:

Работа трения на шейках по равенству (142):

$$A_d = 2 \cdot 0,075 \cdot 220000 \cdot 1,875 \cdot 0,75 = 46500 \text{ кг} \times \text{м.}$$

Полная работа на тряфе валков:

$$A_d = 620 \text{ л. с.} \times \text{сек.}; A_w = A_D + A_d = 322 + 620 = 942 \text{ л.с.} \times \text{сек.}$$

Технический коэффициент полезного действия на тряфе валков:

$$\varphi_d = \frac{A_d}{A_w} = \frac{322}{942} = 0,342, \text{ или } 34,2\%.$$

По сравнению с таковым в дуо-стане (второй пример), больше на  $34,2 - 31,1 = 3,1\%$ , а по сравнению с таковым в кварто-стане, меньше на  $37,1 - 34,2 = 2,9\%$ .

г) Полный коэффициент полезного действия на тряфе валков:

$$\varphi_w = \varphi_D \cdot \varphi_d = 0,275 \cdot 0,342 = 0,094, \text{ или } 9,4\%.$$

По сравнению с таковым в дуо-стане (второй пример), больше на  $9,4 - 7,0 = 2,4\%$ , а по сравнению с таковым в кварто-стане, меньше на  $11,5 - 9,4 = 2,1\%$ .

Таким образом, при данном обжатии данного листа полный коэффициент полезного действия на тряфе валков в трио-стане с тонким средним валком будет средний по сравнению с таковым в дуо-стане и кварто-стане.

Удельный полный расход работы на тряфе валков:

$$a_w = \frac{\alpha'_D}{\varphi_w} = \frac{8,68}{0,094} = 92,4 \text{ л.с.} \times \text{час на } 1 \text{ т.}$$

По сравнению с таковым в дуо-стане, меньше на

$$\frac{124 - 92,4}{124} \cdot 100 = 25,5\%,$$

а по сравнению с таковым в кварто-стане, больше на

$$\frac{92,4 - 75,5}{75,5} \cdot 100 = 22,4\%.$$

Из этого примера видим, что по возбуждаемым усилиям, удельной работе и коэффициенту полезного действия листовая трио-стан с тонким средним валком занимает среднее положение между дуо-станом и кварто-станом.

В заключение считаем необходимым отметить, что в решенном здесь примере нами не указано, приводным или неприводным является тонкий средний валок, так как легко видеть из всех расчетов, что это обстоятельство не имеет никакого влияния на усилия и работу прокатки.

### 3. ПРОКАТКА В ВАЛКАХ НЕОДИНАКОВОГО ДИАМЕТРА, КОГДА ОБА ВАЛКА — ПРИВОДНЫЕ

Прокатка в валках неодинакового диаметра, когда оба валка — приводные, известна под названием „прокатки с верхним и нижним давлениями“. Из предыдущего мы знаем, что прокатываемая полоса отгибается на валок меньшего диаметра; следовательно, если верхний валок большего диаметра, то концы прокатываемой полосы будут отгибаться вниз, и в этом случае будет иметь „прокатку с верхним давлением“, если же нижний валок — большего диаметра, то концы будут отгибаться вверх, и в этом случае будем иметь „прокатку с нижним давлением“.

В обжимных дуо-станах обычно применяют, с целью предохранения рольгангов, прокатку с нижним давлением; в трио-станах, при расположении ручьев друг над другом, обычно применяют прокатку с верхним давлением.

Наша цель — выяснить здесь кинематические и динамические особенности в этом случае прокатки.

Кинематические особенности заключаются в том, что прокатные валки, приводимые во вращение через шестеренные (зубчатые) валки, с передаточным числом 1:1, имеют одинаковое число оборотов, а следовательно, окружная скорость будет пропорциональна их диаметрам, и на валке большего диаметра будет соответственно больше, чем на валке меньшего диаметра. Само собой понятно, что эта разность окружных скоростей сопряжена с особыми динамическими условиями прокатки. В простейшем случае прокатки, когда окружная скорость обоих валков одинакова, мы принимали, что действие каждого валка на прокатываемую полосу одинаково, и крутящий момент прокатки равномерно распределен между валками, при этом отметим ради точности, что в первые моменты захвата полосы мы не будем иметь такого равномерного распределения крутящего момента между обоими

валками, так как они неодинаково приводятся во вращение, а именно: один из них приводится во вращение через зубцы шестеренных валков, а второй, на оси с главным валом, приводится непосредственно через соединительные муфты и валки. Отсюда естественно принять, что последний валок прежде всего захватит полосу и возбudit крутящий момент прокатки, а затем уже этот крутящий момент распределится равномерно между обоими валками, так как окружные скорости у них одинаковы, в виду чего устанавливается одинаковое действие каждого из них на полосу.

В изучаемом же нами случае прокатки окружные скорости валков неодинаковы, и действие каждого из них на полосу будет неодинаково; при этом легко догадаться, что валок большего диаметра будет действовать сильнее, чем валок меньшего диаметра, и соответственно этому крутящий момент на валке большего диаметра будет больше, чем на валке меньшего диаметра.

Мы не имеем ввиду заниматься здесь теоретическим анализом количественного распределения крутящего момента прокатки между приводными валками неодинакового диаметра, так как этот анализ сложен и мало достоверен, а ограничимся более простым, но важным вопросом, а именно: при какой разности в диаметрах тонкий валок не будет активно действовать на прокатываемую полосу, а будет только оказывать сопротивление, или, другими словами, при какой разности валок меньшего диаметра окажется фрикционно-ведомым валком.

Кинетический признак, по которому мы можем судить о том, что тонкий валок будет только фрикционно-ведомым, очевидно, будет заключаться в том, что в любом сечении зажатого клина скорость его по направлению прокатки будет больше соответственной скорости тонкого валка.

Мы знаем, что наибольшая разность скоростей валков и полосы по направлению прокатки будет в сечении входа (ВВ) (фиг. 36); следовательно, если скорость полосы при входе в валки (скорость заднего конца полосы) будет равна или больше окружной скорости тонкого валка в этом сечении по направлению прокатки, то последний будет только фрикционно-ведомым валком.

Выразим изложенное выше условие приближенно, оставляя принятые нами обозначения для скорости полосы (С) и валков (V), а диаметр и окружную скорость тонкого валка, в отличие от диаметра и скорости толстого валка, обозначим, соответственно, через D' и V'. Скорость тонкого валка по направлению прокатки в сечении входа (фиг. 36) есть проекция окружной скорости в точке В на направление прокатки; она равна  $V' \cos \alpha'_0$ .

Скорость заднего конца прокатываемой полосы найдем из грубо-приближенного условия, что скорость ее в сечении выхода (АА) равна окружной скорости толстого валка<sup>1</sup>, т. е.  $C_1 = V$ ; при

<sup>1</sup> Действительная скорость полосы при выходе из валков разного диаметра будет иметь другое, более сложное выражение, определяемое законом наименьшего сопротивления, которого здесь, ради краткости, не приводим.

этом скорость заднего конца полосы ( $C_0$ ), очевидно, выразится следующим равенством:

$$C_0 = \frac{V}{\lambda}. \quad (162)$$

Отсюда — условие, при котором тонкий валок будет фрикционно-ведомым, выразится следующим очевидным равенством:

$$\frac{V}{\lambda} \geq V' \cos \alpha'_0.$$

Принимая во внимание, что  $V = \frac{\pi D n}{60}$ , а  $V' = \frac{\pi D' n}{60}$  и подставляя это в последнее равенство, после простых выкладок получим:

$$\frac{D - D'}{D'} \geq \lambda \cos \alpha'_0 - 1, \quad (163)$$

или, принимая во внимание, что при небольших углах захвата  $\cos \alpha'_0$  близок к единице, приближено будем иметь:

$$\frac{D - D'}{D'} \geq \lambda - 1. \quad (163 \text{ bis})$$

Из последнего равенства видим, что *тонкий приводной валок становится фрикционно-ведомым, когда удельная разность диаметров будет равна или больше удельного удлинения прокатываемой полосы; следовательно, чем меньше вытяжка полосы, тем при меньшей разности диаметров тонкий валок будет фрикционно-ведомым.*

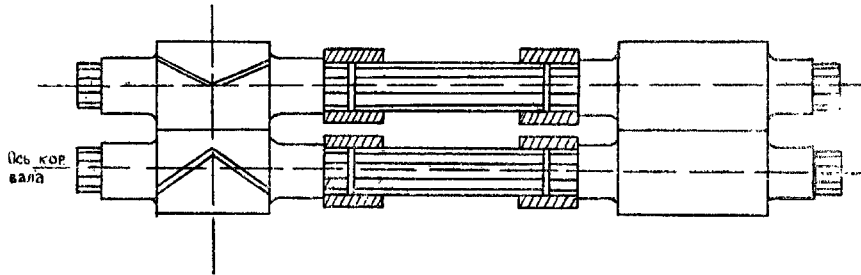
А теперь выясним особый динамический режим деталей стана, передающих крутящий момент, когда приводной тонкий валок становится фрикционно-ведомым; при этом рассмотрим два основных случая, а именно: 1) когда тонкий валок лежит на оси с коренным валом (непосредственно приводной), и 2) когда он приводится во вращение через зубцы шестеренных валков.

*1-й случай* (фиг. 37). В этом случае валок большего диаметра является фрикционно-ведущим валком и стремится через полосу сообщить тонкому валку свою окружную скорость, или большее число оборотов, но так как оба валка соединены зубчатой (жесткой) передачей, благодаря которой тонкий валок имеет такое же число оборотов, как и верхний, то в этом случае полный крутящий момент прокатки будет передаваться с коренного вала через зубцы шестеренных валков на толстый валок, а соединительные детали между коренным валом и тонким валком будут тормозить последний, или препятствовать ему принять то число оборотов или ту окружную скорость, которую ему стремится сообщить верхний валок через полосу. Следовательно, во время прохода полосы в валках кулачки тrefа тонкого валка являются ведущими, а во время холостого хода они являются ведомыми; легко догадаться, что такая перемена ролей кулачков будет у всех соединительных деталей между прокатным тонким

и шестеренным валками в начале и конце каждого прохода прокатываемой полосы.

Принимая во внимание, что в виду косою положением соединительных валков—между кулачками тремов и соединительных муфт делается значительный зазор,—начало и конец каждого прохода прокатываемой полосы будут сопряжены с ударами на кулачках всех соединительных деталей между прокатным тонким и шестеренным валками; при этом, как легко догадаться, удар на зубцах шестеренных валков ослабляется тем, что зубцы нижнего валка являются ведущими как при передаче крутящего момента от коренного вала, так и при торможении тонкого валка.

Итак, в разбираемом случае, когда  $\frac{D-D'}{D'} \geq \lambda - 1$ , все соединительные детали между толстым прокатным валком и коренным валом передают полный крутящий момент, а кулачки соединительных деталей между прокатным тонким и шестеренным валками подвергаются ударам в начале и в конце каждого прохода прокатываемой полосы.



Фиг. 37

2-й случай. Этот случай отличается от разобранный выше тем, что тонкий валок приводится во вращение через зубцы шестеренных валков. Повторяя в этом случае те же рассуждения, что и в разобранный нами выше первом случае, приходим к тому же выводу, а именно: соединительные детали между толстым прокатным и коренным валами передают полный крутящий момент, а кулачки соединительных деталей (и зубцы шестеренных валков—в данном случае) между тонким прокатным и коренным валами будут испытывать удары вследствие изменения роли ведущих на ведомые, и обратно, в начале и в конце каждого прохода полосы.

Следовательно, второй случай будет отличаться от первого тем, что в этом случае зубцы шестеренных валков не передают крутящего момента прокатки, но зато подвергаются более резким ударам вследствие изменения роли ведущих зубцов на ведомые, и обратно, в начале и конце каждого прохода.

Между прочим, сила ударов будет зависеть от величины зазора между кулачками соединительных деталей, а в многоклетевом стане, при расположении клеток в одну линию, от положения клетки, в которой имеем валки разных диаметров, и наиболь-

шие удары будем иметь тогда, когда клеть с валками разных диаметров будет находиться на другом конце линии от шестеренной клетки.

Далее очевидно, что в обоих разобранных случаях работа прокатки, в виду значительного скольжения на контактной поверхности с фрикционно-ведомым валком, будет соответственно больше. Мы рассмотрели здесь два случая в дуо-стане в виду того, что при прокатке в трио-стане, безразлично—с верхним или нижним давлением, мы будем иметь только эти два разобранных нами случая; при этом мы принимаем, что средний валок трио-стана лежит на одной оси с коренным валом (с непосредственной передачей), как это обычно практикуется.

Само собой понятно, что перегрузка соединительных деталей полным крутящим моментом и удары—соответственно сокращают службу этих деталей, и при калибровке валков надо избегать, чтобы удельная разность диаметров была бы равна или больше удельного удлинения прокатываемой полосы.

Наконец, считаем необходимым сделать следующее существенное примечание: деталь стана будут иметь выясненную выше картину ненормального динамического режима только в том случае, когда фрикционные силы на валке большего диаметра способны преодолеть сопротивления, возбуждаемые при прокатке полосы.

В заключение выясним еще особенности в деформации полосы при прокатке в валках с разными диаметрами. Эти особенности нам будут понятны, если мы рассмотрим деформацию полосы в крайнем случае, когда тонкий валок будет фрикционно-ведомым; при этом фрикционные силы прокатки будут приложены к полосе только со стороны толстого валка, а тонкий валок будет производить только сжатие. Отсюда—при прокатке в валках разного диаметра часть полосы, прилегающая к толстому валку, будет подвергаться большему растяжению, а другая часть, прилегающая к тонкому валку, подвергнется большему сжатию, вследствие чего ширина последней будет больше, чем первой. Этот вывод подтверждается известными нам опытами Метца, который непосредственными измерениями убедился в том, что кромки, прилегающие к тонкому валку, были шире кромок, прилегающих к толстому валку, и пришел к выводу, что тонкие валки сильнее уширяют полосу; конечно, последний вывод надо понимать в связи с выясненным нами неравномерным распределением растяжения и сжатия полосы при прокатке в валках разного диаметра.

## О Г Л А В Л Е Н И Е

	стр.
От автора . . . . .	3
От издательства . . . . .	4
<b>Глава первая. Деформация прокатываемой полосы . . . . .</b>	<b>5</b>
1. Общее понятие о силах, возбуждаемых при прокатке, и о деформации прокатываемой полосы . . . . .	—
2. Сжатие прокатываемой полосы . . . . .	12
3. Растяжение прокатываемой полосы . . . . .	12
4. Разложение деформации прокатываемой полосы на деформации сжатия и растяжения . . . . .	28
<b>Глава вторая. Кинематика прокатки и опережение прокатываемой полосы . . . . .</b>	<b>30</b>
1. Причины опережения прокатываемой полосы . . . . .	—
2. Скольжение прокатываемой полосы на контактных поверхностях . . . . .	38
3. Нахождение величины опережения прокатываемой полосы . . . . .	45
<b>Глава третья. Соотношение между растяжением и сжатием прокатываемой полосы . . . . .</b>	<b>70</b>
1. Вывод равенства соотношения между растяжением и сжатием . . . . .	—
2. Опытная проверка соотношения между растяжением и сжатием (коэффициента «К») прокатываемой полосы . . . . .	84
<b>Глава четвертая. Уширение прокатываемой полосы . . . . .</b>	<b>111</b>
1. Равенства и диаграммы для расчета уширения и вытяжки прокатываемой полосы . . . . .	—
2. Факторы, определяющие уширение прокатываемой полосы . . . . .	124
<b>Глава пятая. Усилия, работа и коэффициент полезного действия прокатки . . . . .</b>	<b>137</b>
1. Соотношение между условным окружным усилием и давлением . . . . .	—
2. Соотношение между окружным усилием и давлением . . . . .	147
3. Работа прокатки, возбуждаемая на бочке валков . . . . .	166
4. Коэффициент полезного действия прокатки на бочке валков . . . . .	183
5. Работа трения на шейках валков и коэффициент полезного действия на тряфе валков . . . . .	189
6. Влияние диаметра валков на усилие, удельную работу прокатки и коэффициент полезного действия . . . . .	202
7. Влияние обжатия . . . . .	209
<b>Глава шестая. Особые случаи прокатки . . . . .</b>	<b>217</b>
1. Прокатка в валках одинакового диаметра, из которых одна — неприводной . . . . .	—
2. Прокатка в валках неодинакового диаметра, из которых одна — неприводной . . . . .	221
3. Прокатка в валках неодинакового диаметра, когда оба валка приводные . . . . .	231

Индекс МЧ—55—5—2 Сверд. Обллит № Г—51 Металлургиздат № Св.—42  
 Слано в производство 3/III - 20/IV-34 г. Подписано к печати 20/VII-34 г.  
 Ответственный редактор **Тыняный Г. Д.** Технический редактор **Пельтинович Н. Г.**  
 Формат бумаги 62×94/16 Знаков в печати листе - 48144. Тираж 5000.  
 Печатных листов 14 3/4 Бумажных листов 7 3/4